

# Zustandsdetektion eines einzelnen Atoms

**Diplomarbeit**

im Studiengang Diplom Physik  
angefertigt an der Fakultät für Physik  
der Ludwig-Maximilians-Universität München  
Arbeitsgruppe Prof. Dr. Harald Weinfurter

von

**Andreas Deeg**

München, 16. Juli 2008

Erstgutachter: Prof. Dr. H. Weinfurter

Zweitgutachter: Prof. Dr. A. Schenzle



"für Maxl"



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>7</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>10</b>
2.1	Formalismus der Quantenmechanik . . . . .	10
2.1.1	Quantenzustände und Messung von Quantenzuständen . . . . .	10
2.1.2	Dichtematrix-Formalismus . . . . .	12
2.2	Interaktion Licht-Atom . . . . .	13
2.2.1	Die optischen Bloch-Gleichungen ohne spontanem Zerfall . . . . .	13
2.2.2	Die optischen Bloch-Gleichungen mit spontanem Zerfall . . . . .	15
2.2.3	Verschiebung der Energieniveaus unter Einfluss eines Lichtfeldes . . . . .	17
2.3	Atomare Zustände von $^{87}\text{Rb}$ und deren Wechselwirkung mit Licht . . . . .	19
2.3.1	Termschema . . . . .	19
2.3.2	Auswahlregeln und Kopplungsstärken . . . . .	21
2.3.3	Verschränkung eines $^{87}\text{Rb}$ Atoms mit einem Photon . . . . .	23
<b>3</b>	<b>Einzelatom-Falle</b>	<b>26</b>
3.1	Theorie zur optischen Dipolfalle . . . . .	27
3.1.1	Fallenpotential . . . . .	27
3.1.2	Laden von Atomen in die Dipolfalle . . . . .	30
3.2	Aufbau einer Dipolfalle . . . . .	34
3.2.1	Justage der Detektionsoptik . . . . .	36
3.2.2	Justage der Dipolfalle und der Ionisationsoptik . . . . .	37
3.3	Beobachtung einzelner Atome . . . . .	41
3.3.1	Fluoreszenzlicht von einzelnen Atomen . . . . .	41
3.3.2	Lebensdauer und Tast-Verhältnis . . . . .	42
3.3.3	Messung von Atom-Zahlen-Statistiken . . . . .	44
3.4	Zusammenfassung und Diskussion . . . . .	47

<b>4</b>	<b>Zeeman-Zustandsdetektion</b>	<b>50</b>
4.1	Theorie . . . . .	51
4.1.1	Kohärente Dunkelzustände . . . . .	51
4.1.2	Adiabatischer Transfer über kohärente Dunkelzustände . . . . .	54
4.1.3	Zeeman-Zustandsdetektion über den adiabatischen Transfer . . . . .	55
4.1.4	Vier-Niveau-Modelle für die Zeeman-Zustandsdetektion . . . . .	58
4.1.5	Abhängigkeit der Zeeman-Zustandsdetektion von den Intensitäten und relativen Frequenzen der Lichtpulse . . . . .	58
4.1.6	Quantifizierung von Phasenfluktuationen und deren Einfluss auf die STIRAP . . . . .	62
4.2	Experiment . . . . .	65
4.2.1	Lasersystem . . . . .	65
4.2.2	Phasen-Rauschen der STIRAP Laser . . . . .	66
4.3	Zusammenfassung und Diskussion . . . . .	67
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>70</b>
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>73</b>
A.1	Termschema von $^{87}\text{Rb}$ . . . . .	74
A.2	Daten von $^{87}\text{Rb}$ . . . . .	75
A.3	Optische Bloch Gleichungen für ein Vier-Niveau-System . . . . .	75
A.3.1	Vier-Niveau-Modell zur Bestimmung der Transfereffizienz des Zus- tands $ a\rangle$ . . . . .	75
A.3.2	Vier-Niveau-Modell zur Bestimmung der Transfereffizienz des Zus- tands $ n\rangle$ . . . . .	76

# 1 Einleitung

Für unser heutiges Verständnis der Naturphänomene im atomaren und subatomaren Bereich spielt die Quantenmechanik mit ihren probabilistischen Vorhersagen eine fundamentale Rolle. Grundlegende Eigenschaften der Quantenmechanik lassen sich unter anderem an sogenannten verschränkten Mehr-Teilchensystemen, die hochgradige Korrelationen zwischen den Messergebnissen der einzelnen Teilchen aufweisen, studieren. Schon im Jahre 1935 wiesen Einstein, Podolski und Rosen (EPR) anhand eines Gedankenexperiments mit einem quantenmechanisch vorhergesagten, verschränkten Zwei-Teilchensystems darauf hin, dass die Quantenmechanik keine lokal, realistische Theorie ist [1]. Dies war ihrer Meinung nach jedoch essenziell für jede vollständige, physikalische Theorie. Um die Quantenmechanik zu einer vollständigen, deterministischen, physikalischen Theorie zu erweitern, schlugen EPR vor, diese mit sogenannten lokalen verborgenen Variablen zu ergänzen. Diese Variablen sollten den Ausgang einer quantenmechanischen Messung schon vor der Messung festlegen, und somit eine deterministische Vorhersage der Messergebnisse ermöglichen. Das ursprüngliche Gedankenexperiment von EPR konnte jedoch nicht experimentell überprüft werden. Somit blieb die Frage, ob die Natur durch die Gesetze der Quantenmechanik oder durch lokal realistische Theorien beschrieben werden kann, zunächst offen.

Im Jahre 1964 leitete Bell unter der Annahme, die Natur könne durch lokal realistische Theorien beschrieben werden, eine Ungleichung für die Erwartungswerte von Messungen an Spin-1/2 Zwei-Teilchensystemen ab [2]. Die Quantenmechanik sagt für verschränkte Spin-1/2 Zwei-Teilchensysteme jedoch eine Verletzung dieser Ungleichung voraus. Mithilfe dieser sogenannten Bellschen-Ungleichung war es somit das erste Mal möglich, experimentell zu überprüfen, ob die Natur durch lokal realistische Theorien beschrieben werden kann. Die folgenden Experimente zeigten eine klare Verletzung der Bellschen-Ungleichung und bestätigten somit die Quantenmechanik [3, 4, 5, 6, 7].

Um lokal realistische Theorien auszuschließen, müssen jedoch zwei grundsätzliche, experimentelle Bedingungen erfüllt werden. Die Lokalitäts-Bedingung fordert, dass der Messprozess an beiden Teilchen so schnell erfolgt, dass die beiden Teilchen und die Messap-

paraturen während des Messeprozesses nicht durch relativistische Wechselwirkungen Information austauschen können [8]. Experimente, die die Lokalitäts-Bedingung erfüllen, wurden erfolgreich mit verschränkten Photonen durchgeführt [9]. Aufgrund der schlechten Detektionseffizienz einzelner Photonen konnte bei diesen Experimenten die sogenannte Detektions-Bedingung jedoch nicht erfüllt werden. Diese fordert, dass am Großteil der verschränkten Teilchen-Paare gemessen wird, da sonst die Möglichkeit besteht, dass nur der gemessene Anteil der Teilchen zu einer Verletzung der Bellschen-Ungleichung führt, während das gesamte Ensemble diese erfüllt [10]. Diese Bedingung konnte bereits erfolgreich mit verschränkten Ionen erfüllt werden, wobei aufgrund des geringen räumlichen Abstandes der Ionen die Lokalitäts-Bedingung nicht erfüllt werden konnte [11, 12]. Nur ein experimenteller Test der Bellschen-Ungleichung unter Einhaltung der Detektions- und der Lokalitäts-Bedingung (englisch "loophole-free Bell test") würde im Falle einer Verletzung der Bellschen-Ungleichung eine Beschreibung der Natur durch lokal realistische Theorien ausschließen. Solch ein Experiment wurde jedoch bisher noch nicht durchgeführt.

Ein "loophole-free Bell test" mithilfe zweier im Drehimpuls verschränkter und räumlich um 300 m getrennter  $^{87}\text{Rb}$  Atome ist das Ziel des Projekts im Rahmen dessen diese Arbeit entstanden ist. Zur gezielten Manipulation der atomaren Zustände wird zunächst jeweils ein einzelnes Atom unter Verwendung einer Dipolfalle von seiner Umgebung isoliert [13]. Über einen spontanen Zerfall werden aufgrund der Drehimpulserhaltung beide Atome mit der Polarisation des emittierten Photons verschränkt [14]. Durch eine Bell-Zustandsanalyse der Polarisationszustände der jeweils von einem Atom emittierten Photonen kann eine Drehimpulsverschränkung der Atome generiert werden [15]. Über Glasfasern können die emittierten Photonen über weite Strecken transportiert werden, was eine Verschränkung der Atome über weite Distanzen ermöglicht. Die für den Test der Bellschen-Ungleichung nötigen Messungen der Drehimpulszustände der Atome sollen durch die Kombination einer Zeeman-zustandsselektiven Stimulierten-Raman-adiabatischen-Passage (STIRAP) [14, 16, 17, 18, 19] und einer geplanten Ionisationsdetektion erfolgen. Dieses Verfahren sollte eine ausreichend effiziente und schnelle Detektion der Drehimpulszustände erlauben, um die Detektions- und Lokalitäts-Bedingung simultan zu erfüllen.

Im Rahmen des Gesamtprojekts zur Atom-Atom Verschränkung konnte bereits eine Verschränkung des Drehimpulses eines  $^{87}\text{Rb}$ -Atoms mit der Polarisation eines Photons erzeugt und nachgewiesen werden [20, 21]. Für die Atom-Atom Verschränkung wird nun ein zweiter Aufbau zur Erzeugung verschränkter Atom-Photon Paare, und zur Detektion des Drehimpulszustandes dieses Atoms benötigt.

---

Ein wesentlicher Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist der Aufbau einer zweiten Dipolfalle mit Detektionsoptik. Für diese Dipolfalle existiert aufgrund des geringen Fallenvolumens ein Blockadeeffekt, der es ermöglicht ein einzelnes  $^{87}\text{Rb}$ -Atom für einen Zeitraum von mehreren Sekunden in der Falle zu lokalisieren. Zudem ist dieser Aufbau so gestaltet, dass über die Detektionsoptik ein vergleichsweise großer Anteil vom Atom emittierter Photonen detektiert werden kann. Wie im folgenden dargestellt wird, konnte mit diesem Aufbau eine Verbesserung der Photonendetektionseffizienz gegenüber dem bereits bestehenden Aufbau um über einen Faktor 2 erreicht werden. Zusammen mit der hohen Lebensdauer der Atome in dieser Falle, sind hiermit erstmals die experimentellen Voraussetzungen zur Erzeugung eines verschränkten Atom-Atom Paares erfüllt.

Außerdem wurde ein Lasersystem für den Zeeman-zustandsselektiven Transfer mittels STIRAP aufgebaut und die Phasenstabilität der verwendeten Laser untersucht. Inwiefern die Detektionseffizienz des atomaren Drehimpulszustandes mit diesem Lasersystem verbessert werden kann wurde theoretisch untersucht, da diese entscheidend zur Erfüllung der Detektions-Bedingung ist. Hierbei konnte gezeigt werden, dass die beobachteten Phasenschwankungen der verwendeten Laser so gering sind, dass diese keinen Einfluss auf die Detektionseffizienz haben. Zudem ergab sich, dass mit bestimmten Frequenzeinstellungen des Lasersystems möglicherweise eine Verbesserung der Detektionseffizienz erreicht werden kann.

## 2 Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel sollen die theoretischen Grundlagen vermittelt werden, die für das Verständnis der in dieser Arbeit vorgenommenen Messungen und theoretischen Vorhersagen notwendig sind. Zunächst wird kurz der Formalismus der Quantenmechanik erläutert. Des Weiteren wird anhand eines Zwei-Niveau-Systems die Wechselwirkung eines Atoms mit einem Lichtfeld veranschaulicht. Abschließend wird darauf eingegangen, wie Licht mit der konkreten Niveaustuktur von  $^{87}\text{Rb}$  wechselwirken kann.

### 2.1 Formalismus der Quantenmechanik

In diesem Abschnitt werden kurz die Eigenschaften von Quantenzuständen und insbesondere von verschränkten Quantenzuständen sowie der quantenmechanische Messprozess erklärt. Zudem wird der Dichtematrix-Formalismus vorgestellt, da dieser für die Beschreibung der Wechselwirkung eines Atoms mit einem Lichtfeld notwendig ist. Es sollen nur einige Grundprinzipien behandelt werden, ausführlichere Abhandlungen dieser Themen finden sich in [22, 23, 24, 25].

#### 2.1.1 Quantenzustände und Messung von Quantenzuständen

Der Zustand eines physikalischen Objekts wird durch die Angabe eines Vektors  $|\Psi\rangle$  aus dem Hilbert-Raum vollständig festgelegt. Die zeitliche Entwicklung dieses Zustands wird mithilfe der Schrödinger Gleichung bestimmt:

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle = H |\Psi(t)\rangle \quad (2.1)$$

$H$  ist der Operator, der der Gesamtenergie des physikalischen Systems zugeordnet wird. Durch Integration der Schrödinger Gleichung und mit dem Anfangszustand  $|\Psi(t = t_0)\rangle$  ergibt sich der zeitabhängige Zustand,

$$|\Psi(t)\rangle = U(t, t_0) |\Psi(t_0)\rangle \quad (2.2)$$

$U(t, t_0)$  ist ein unitärer Operator und erhält somit die Norm des Zustandes. Der Zustandsvektor kann sowohl den Zustand eines Teilchens als auch mehrerer Teilchen beschreiben.

**Ein und mehr Teilchen-Zustände:** Bei der Beschreibung eines quantenmechanischen Systems, das aus mehr als einem Teilchen besteht unterscheidet man die so genannten separablen Zustände und die so genannten verschränkten Zustände. Ein separabler Zustand kann als Tensorprodukt der Zustände der einzelnen Teilchen dargestellt werden:

$$|\Psi\rangle = |\Psi_1\rangle \otimes |\Psi_2\rangle \otimes \dots$$

Ein verschränkter Zustand kann nicht als Tensorprodukt der Zustände der einzelnen Teilchen dargestellt werden. Ein Beispiel für einen verschränkten  $2 \times 2$  Zustand (das heißt Zustand zweier Teilchen A und B, die jeweils die zwei Zustände  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  annehmen können) ist einer der so genannten "Bell-Zustände":

$$|\Psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0_A\rangle |1_B\rangle + |1_A\rangle |0_B\rangle) \quad (2.3)$$

Die Besonderheit verschränkter Zustände liegt darin, dass bei der im folgenden erklärten Messung der Zustände von A und B in unterschiedlichen Messbasen Korrelationen zwischen den Messergebnissen auftreten, die durch so genannte "lokal, realistische Theorien" nicht erklärt werden können. Für verschränkte  $2 \times 2$ -Zustände führen diese so genannten "nicht klassischen Korrelationen", zu einer Verletzung der sogenannten "Bellschen-Ungleichung". Für eine ausführliche Darstellung der Eigenschaften und des Nachweises verschränkter Zustände sei auf [2, 5, 13, 14, 26] verwiesen.

**Der quantenmechanische Messprozess:** Jeder physikalischen Messgröße wird ein hermitescher Operator  $\Omega$  aus dem Hilbert-Raum zugeordnet. Die reellen Eigenwerte  $\omega$  dieser Operatoren sind die möglichen Messwerte der jeweiligen physikalischen Messgröße. Die Menge der Eigenzustände von  $\Omega$  ist eine Basis des Hilbert-Raums und wird in diesem Zusammenhang als Messbasis bezeichnet. Die Messung einer Größe  $\Omega$  wird einen bestimmten Messwert  $\omega_n$  ergeben. Unmittelbar nach der Messung liegt das System im Eigenzustand  $|n\rangle$  von  $\Omega$  vor. Eine Messung in der Quantenmechanik entspricht somit einer Projektion des Zustandes auf den zum Messwert gehörenden Eigenzustand. Dieser Vorgang ist irreversibel, da ein Großteil der Information über den Zustand verloren geht und kann nicht durch eine unitäre Transformation des Zustandes beschrieben werden. Zur Beschreibung

irreversibler Prozesse, die durch Wechselwirkung eines Quantensystems mit seiner unbekanntem Umgebung entstehen, soll im nächsten Abschnitt der Dichtematrix-Formalismus eingeführt werden [24, 27].

### 2.1.2 Dichtematrix-Formalismus

Sobald ein Quantensystem mit seiner unbekanntem Umgebung wechselwirkt, lässt sich sein Zustand im allgemeinen nicht mehr über den Zustandsvektor  $|\Psi\rangle$  beschreiben. Im folgenden soll deshalb erklärt werden, wie mithilfe des Dichtematrix-Formalismus auch irreversible Prozesse beschrieben werden können .

**Reine Zustände:** Ist der Zustand eines Systems vollständig bekannt, lässt er sich durch die Angabe seines Zustandsvektors beschreiben. Man spricht in diesem Fall von einem reinen Zustand. Der Dichteoperator  $\rho$  wird in diesem Falle mithilfe des dem Zustand  $|\Psi\rangle$  zugeordneten Elementes  $\langle\Psi|$  des dualen Raums definiert durch:

$$\rho(t) = |\Psi(t)\rangle \langle\Psi(t)|$$

Der Dichteoperator lässt sich in einer bestimmten Basis  $|n\rangle$  als Dichtematrix darstellen, die Diagonalelemente  $\rho_{nn}$  sind dann die Wahrscheinlichkeiten den Zustand  $|n\rangle$  zu messen. Nach [25] ergeben sich für den Dichteoperator folgende Eigenschaften:

$$\text{Tr} \{\rho(t)\} = \sum_n \rho_{nn} = 1 \quad (2.4)$$

$$\frac{d}{dt}\rho = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] = -\frac{i}{\hbar} (H\rho - \rho H) \quad (2.5)$$

$$\langle\Omega\rangle(t) = \text{Tr} \{\rho(t) \Omega\} \quad (2.6)$$

Gleichung 2.5 beschreibt die zeitliche Entwicklung des Dichteoperators und wird auch "von-Neumann-Gleichung" genannt. Gleichung 2.4 entspricht der Wahrscheinlichkeitserhaltung. Die Beschreibung eines reinen Zustands durch den Dichteoperator ist äquivalent zur Beschreibung durch den Zustandsvektor [25].

**Gemischte Zustände:** Lässt sich ein System nicht durch einen Zustandsvektor  $|\Psi\rangle = \sum_{n=1}^k |\Psi_n\rangle$  beschreiben, ist es jedoch mit bestimmten Wahrscheinlichkeiten  $p_1, p_2, \dots, p_k$  in den reinen Zuständen  $|\Psi_1\rangle, \dots, |\Psi_k\rangle$ , so spricht man von einem gemischten Zustand. In diesem Fall

wird der Dichteoperator definiert über:

$$\rho = \sum_{i=1}^k p_i \rho_i = \sum_{i=1}^k p_i |\Psi_i\rangle \langle \Psi_i|, \quad p_i \in \mathbb{R}$$

Die Gleichungen 2.4, 2.5 und 2.6 gelten aufgrund der Linearität der Beziehungen auch für gemischte Zustände. Der Übergang eines reinen in einen gemischten Zustand wird auch als Dekohärenz bezeichnet. Dekohärenz ist ein irreversibler Prozess, bei dem Information über den Zustand an die unbekannte Umgebung verloren geht. Mithilfe des Dichtematrix-Formalismus lassen sich somit auch Prozesse wie der spontane Zerfall eines atomaren Zustandes, bei dem das emittierte Photon mit der Umgebung wechselwirkt, beschreiben [25].

## 2.2 Interaktion Licht-Atom

In diesem Abschnitt soll der Einfluss eines Lichtfeldes auf die Dynamik atomarer Zustände veranschaulicht werden. Hierzu soll die Lösung der optischen Bloch-Gleichungen für ein Zwei-Niveau-System, so wie die Verschiebung der atomaren Energieniveaus durch den Einfluss des Lichtfeldes erklärt werden. Für eine umfassendere Darstellung dieser Themen sei auf [25, 28, 29] verwiesen.

### 2.2.1 Die optischen Bloch-Gleichungen ohne spontanem Zerfall

Der Zustand eines Zwei-Niveau-Systems, bestehend aus einem angeregten Zustand  $|e\rangle$  der Energie  $\hbar\omega_e$  und einem Grundzustand  $|g\rangle$  der Energie  $\hbar\omega_g$  kann durch die Dichtematrix  $\rho$  beschrieben werden:

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{ee} & \rho_{eg} \\ \rho_{ge} & \rho_{gg} \end{pmatrix}$$

$\rho_{gg}$  und  $\rho_{ee}$  sind die Besetzungswahrscheinlichkeiten im angeregten Zustand, beziehungsweise Grundzustand. Der Hamilton-Operator ist in diesem Fall gegeben durch:

$$H_0 = \begin{pmatrix} \hbar\omega_e & 0 \\ 0 & \hbar\omega_g \end{pmatrix}$$

In Wechselwirkung mit einer in Richtung des Wellenvektors  $\vec{k}$  propagierenden elektromagnetischen Welle der Frequenz  $\omega_l$ ,

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \exp(i\vec{k}\vec{r} - i\omega_l t) + c.c.$$

ergibt sich der Wechselwirkungs-Hamilton-Operator in der so genannten "elektrischen Dipolnäherung" zu:

$$H_{int}(t) = -e\vec{r}\vec{E}(\vec{r}_0 = 0, t) = -e\vec{r}\vec{E}_0 \exp(-i\omega_l t) + c.c.$$

Dies entspricht der potentiellen Energie des elektrischen Dipolmoments eines Atoms im elektrischen Feld. Der Ortsvektor  $\vec{r}$  ist in diesem Falle ein Operator,  $\vec{r}_0$  ist der Ort des Atoms. Es sei daraufhingewiesen, dass  $\vec{E}_0$  auch komplex sein kann. So wird links-zirkular polarisiertes Licht zum Beispiel durch  $\vec{E}_0 = \frac{\vec{e}_x - i\vec{e}_y}{\sqrt{2}} E_0$  beschrieben mit  $E_0 = |\vec{E}_0| = \sqrt{\vec{E}_0 \vec{E}_0^*}$ . In der Basis der Zustände  $|e\rangle$  und  $|g\rangle$  gilt:

$$H_{int} = \begin{pmatrix} 0 & H_{eg}^{int} \\ H_{ge}^{int} & 0 \end{pmatrix}$$

Hierbei wurde verwendet,

$$H_{eg}^{int} = \langle e | (-e\vec{E}_0\vec{r} \exp(-i\omega_l t) + c.c.) | g \rangle = \hbar\Omega \cos(\omega_l t + \varphi) \quad (2.7)$$

und die Definition der Rabifrequenz

$$\Omega = \left| \frac{-\vec{E}_0}{\hbar} \langle e | e\vec{r} | g \rangle \right| = \left| \frac{-\vec{E}_0}{\hbar} \vec{\mu}_{eg} \right| \quad (2.8)$$

Der Parameter  $\varphi$  beschreibt in diesem Falle die relative Phase zwischen  $\vec{E}_0$  und dem so genannten Übergangs-Matrixelement  $\vec{\mu}_{eg}$ . Die Diagonalelemente von  $H_{int}$  verschwinden, wenn man davon ausgeht, dass der Grundzustand und der angeregte Zustand symmetrisch oder antisymmetrisch sind. Dies ist für alle Zustände, die in der vorliegenden Arbeit eine Rolle spielen, der Fall. Die Zustände  $|e\rangle$  und  $|g\rangle$  haben in diesem Falle somit kein Dipolmoment. Das Lichtfeld induziert jedoch eine leichte Mischung von Grundzustand und angeregtem Zustand. Diese Mischung hat ein Dipolmoment  $\vec{\mu}_{eg}$ , mit dem das Lichtfeld wechselwirkt. Man spricht in diesem Zusammenhang auch von optischen Dipol-Übergängen. Der

Hamilton-Operator des Zwei-Niveau-Systems unter dem Einfluss eines Lichtfeldes ergibt sich somit zu:

$$H = H_{int} + H_0 = \begin{pmatrix} \hbar\omega_e & H_{eg}^{int} \\ H_{ge}^{int} & \hbar\omega_g \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Über Gleichung 2.5 ergeben sich hiermit die optischen Bloch-Gleichungen. Nach einer Transformation ins Wechselwirkungsbild<sup>1</sup> und unter Anwendung der "rotierende Wellen-Approximation" (RWA) lässt sich die zeitliche Entwicklung der Dichtematrix  $\rho$  für das Zwei-Niveau-System bestimmen. Für die Anfangsbedingungen  $\rho_{ee} = 0$ ,  $\rho_{ge} = \rho_{eg} = 0$  und  $\rho_{gg} = 1$  ergibt sich:

$$\rho_{gg}(t) = \cos^2 \frac{\Omega' t}{2} + \frac{\delta^2}{\Omega'^2} \sin^2 \frac{\Omega' t}{2}$$

$$\rho_{ee}(t) = \frac{\Omega^2}{\Omega'^2} \sin^2 \frac{\Omega' t}{2}$$

Der Parameter  $\delta$  beschreibt die Verstimmung des Lichtfeldes zur Übergangsfrequenz des Zwei-Niveau-Systems:  $\delta := \omega_l - (\omega_e - \omega_g) = \omega_l - \omega_{eg}$ . Die verallgemeinerte Rabi-Frequenz  $\Omega'$  ist definiert über,  $\Omega' := \sqrt{\Omega^2 + \delta^2}$ . Wie in Abbildung 2.1 dargestellt, oszilliert die Besetzungswahrscheinlichkeit im angeregten Zustand mit der verallgemeinerten Rabi-Frequenz  $\Omega'$  und der Amplitude  $\frac{\Omega^2}{2\Omega'^2}$ . Wie aus Gleichung 2.8 ersichtlich ist, ist die Rabi-Frequenz  $\Omega$  proportional zu  $|\vec{E}_0| \sim \sqrt{I}$ . Für größere Intensität des eingestrahlten Lichts oszilliert das Zwei-Niveau-System daher schneller. Die Zeitentwicklung von  $\rho$  ist reversibel und das Zwei-Niveau-System zu jedem Zeitpunkt in einem reinen Zustand [28, 29].

### 2.2.2 Die optischen Bloch-Gleichungen mit spontanem Zerfall

Es soll nun der spontane Zerfall in die bisherigen Überlegungen mit aufgenommen werden. Dieser kann mithilfe der Weisskopf-Wigner Theorie beschrieben werden. Der spontane Zerfall wird hier auf Fluktuationen des quantisierten Vakuumfeldes zurückgeführt. Im Rahmen dieser Theorie wird gezeigt, dass ein angeregter Zustand mit konstanter Rate  $\gamma$  in den Grundzustand zerfällt, wobei gilt:

$$\gamma = \frac{\omega_{eg}^3 |\langle e | e\vec{r} | g \rangle|^2}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3} \quad (2.10)$$

Der spontane Zerfall kann somit durch eine Erweiterung der von-Neumann-Gleichung 2.5 um einen Term  $R$ , beschrieben werden. Hierdurch ergeben sich die optischen Bloch-

<sup>1</sup>Die Basiszustände im Wechselwirkungsbild sind gegeben durch:  $|e'\rangle = e^{i\omega_e t} |e\rangle$ ,  $|g'\rangle = e^{i\omega_g t} |g\rangle$

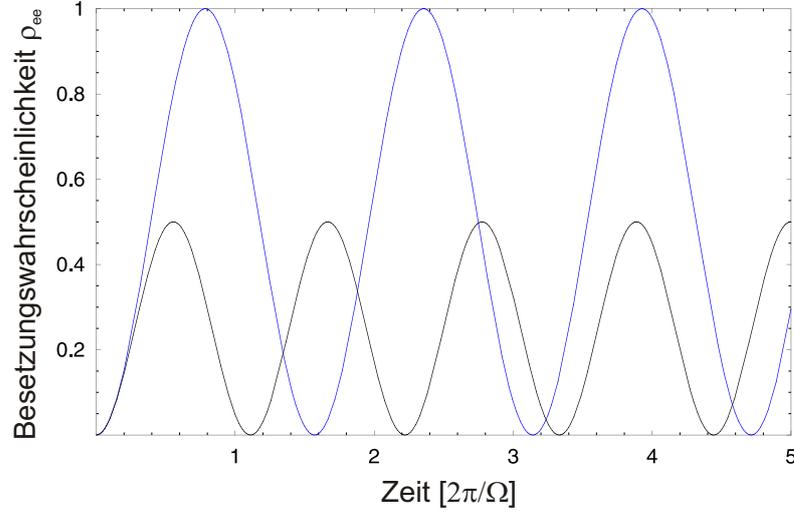


Figure 2.1: Besetzungswahrscheinlichkeit des angeregten Zustandes eines Zwei-Niveau-Systems unter dem Einfluss eines Lichtfeldes. Der spontane Zerfall ist nicht berücksichtigt. Blaue Kurve:  $\delta = 0$ , schwarze Kurve:  $\delta = \Omega$ .

Gleichungen mit spontanem Zerfall zu [14, 28, 30]:

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] + R \quad (2.11)$$

mit:

$$R = \begin{pmatrix} -\gamma\rho_{ee} & -\frac{1}{2}\gamma\rho_{eg} \\ -\frac{1}{2}\gamma\rho_{ge} & \gamma\rho_{ee} \end{pmatrix}$$

Der spontane Zerfall führt zu einer exponentiellen Abnahme der Besetzung im angeregten Zustand, proportional zu  $e^{-\gamma t}$ . Die Besetzung des Grundzustands wächst entsprechend. Die Nichtdiagonalelemente nehmen ebenfalls exponentiell ab, was dazu führt, dass  $\rho$  mit der Zeit in einen gemischten Zustand übergeht. In Abbildung 2.2 ist die numerische Lösung von Gleichung 2.11 für  $\rho_{ee}$  mit den Anfangsbedingungen  $\rho_{ee} = 0$ ,  $\rho_{ge} = 0$ ,  $\rho_{gg} = 1$  und der Zerfallsrate  $\gamma = \frac{\Omega}{4}$  dargestellt. Die Rabi-Oszillation der Besetzungswahrscheinlichkeit wird durch den spontanen Zerfall gedämpft, und nähert sich einem konstanten Wert  $\rho_{ee}(t \rightarrow \infty)$  an. Die Besetzungswahrscheinlichkeit  $\rho_{ee}(t \rightarrow \infty)$  ergibt sich aus der stationären Lösung<sup>2</sup> von Gleichung 2.11 zu:

$$\rho_{ee}(t \rightarrow \infty) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{\bar{I}}{I_s}}{1 + \frac{\bar{I}}{I_s} + (2\delta/\gamma)^2}$$

<sup>2</sup>  $\frac{d\rho_{gg}}{dt} = \frac{d\rho_{eg}}{dt} = \frac{d\rho_{ge}}{dt} = \frac{d\rho_{ee}}{dt} = 0$

Hierbei wurde die so genannte "Sättigungsintensität"  $I_s = \frac{c\epsilon_0\hbar^2\gamma^2}{4|e\vec{r}|g|^2}$  eingeführt. Der zeitliche Mittelwert der Lichtintensität ist durch  $\bar{I} = \frac{1}{2}c\epsilon_0 E_0^2$  gegeben. Ein interessantes Resultat der obigen Gleichung ist, dass selbst für große Intensitäten  $\rho_{ee}(t \rightarrow \infty)$  nie größer als  $\frac{1}{2}$  werden kann. Dies wird verständlich, wenn man bedenkt, dass das eingestrahlte Licht das Atom anregen, aber auch durch stimulierte Emission abregen kann [28, 31].

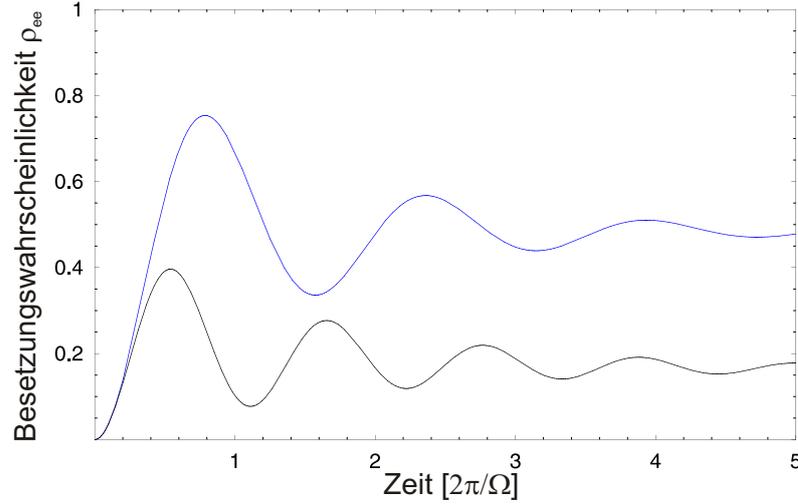


Abbildung 2.2: Besetzungswahrscheinlichkeit des angeregten Zustandes eines Zwei-Niveau-Systems unter dem Einfluss eines Lichtfeldes. Der spontane Zerfall des angeregten Zustands ist mit einer Zerfallsrate  $\gamma = \frac{\Omega}{4}$  berücksichtigt. Blaue Kurve: Verstimmung  $\delta = 0$ , schwarze Kurve: Verstimmung  $\delta = \Omega$

### 2.2.3 Verschiebung der Energieniveaus unter Einfluss eines Lichtfeldes

Unter dem Einfluss des Lichtfeldes sind die Zustände  $|g\rangle$  und  $|e\rangle$  nicht mehr die Eigenzustände des Hamilton-Operators  $H$ . Die Energie-Eigenwerte und Eigenzustände des gestörten Systems ergeben sich unter Berücksichtigung des quantisierten Lichtfeldes im sogenannten "dressed state" Bild. Eine Ausführung hiervon findet sich in [14, 28]. Im folgenden wird gezeigt, wie nicht resonant eingestrahktes Licht im Zwei-Niveau-System zu keinen Rabi Oszillationen, sondern zu einer Verschiebung der Energien des angeregten Zustands und des Grundzustandes führt. Zunächst wird die Zeitabhängigkeit von  $H$  aus Gleichung 2.9 mithilfe der RWA eliminiert. Hierzu wird in Analogie zu einer Transformation ins

Wechselwirkungsbild auf die Basis  $|g^*\rangle$ ,  $|e^*\rangle$  gewechselt:

$$|e^*\rangle = e^{i\omega_e t} |e\rangle$$

$$|g^*\rangle = e^{i\omega_g t - i\delta t} |g\rangle$$

Der Hamilton-Operator  $H'$  der in dieser Basis die Zeitentwicklung generiert ergibt sich nach Anwendung der RWA zu:

$$H' = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} -2\delta & \Omega \\ \Omega & 0 \end{pmatrix}$$

Die Eigenwerte von  $H'$  ergeben sich zu:

$$\Delta E_{e,g} = \frac{\hbar}{2} (-\delta \pm \Omega')$$

Im Grenzfall  $|\delta| \gg \Omega$  vereinfachen sich diese zu:

$$\Delta E_g = \frac{\hbar\Omega^2}{4\delta} \tag{2.12}$$

$$\Delta E_e = -\frac{\hbar\Omega^2}{4\delta}$$

Die Eigenzustände von  $H'$  werden auch als "dressed states" bezeichnet. Man kann zeigen, dass im Falle eines um  $|\delta| \gg \Omega$  stark verstimmtten Lichtfeldes diese Eigenzustände bis auf eine vernachlässigbare Korrektur, dem Grund und angeregten Zustand  $|g^*\rangle$  und  $|e^*\rangle$  entsprechen. Die Rabi-Oszillationen zwischen Grund und angeregtem Zustand sind somit vernachlässigbar. Das Lichtfeld induziert jedoch eine konstante Verschiebung  $\Delta E_{e/g}$  der Energieniveaus des angeregten und des Grundzustandes, welche nach [28] genau den Eigenwerten von  $H'$  entspricht. Diese Verschiebung wird auch als "Light Shift" bezeichnet. Bei rot verstimmttem Licht ( $\delta < 0$ ) führt der Light Shift zu einer Absenkung der Grundzustandsenergie und einer Erhöhung der Energie des angeregten Zustandes um denselben Betrag. Abbildung 2.3 zeigt die Energien des Zwei-Niveau-Systems mit und ohne den Einfluss eines stark rot verstimmtten Lichtfeldes [25, 28]. In Abschnitt 3.1.1 wird erklärt, wie unter Ausnutzung des hier vorgestellten "Light Shift" Atome im Fokus eines Lichtfeldes lokalisiert werden können.

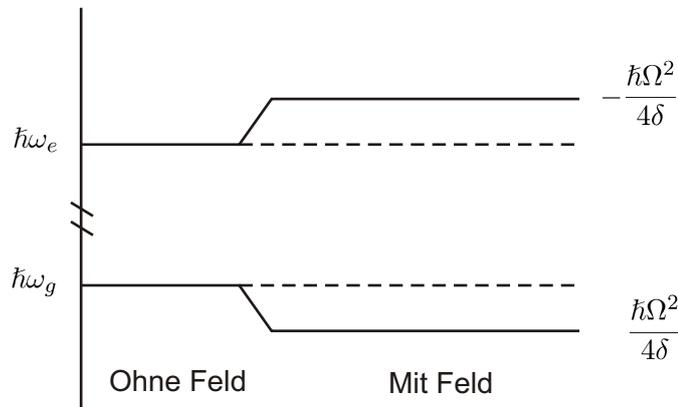


Abbildung 2.3: Energien eines Zwei-Niveau-Systems ohne und mit dem Einfluss eines um  $|\delta| \gg \Omega$  rotverstimmten Lichtfeldes. Die Wechselwirkung des Lichtfeldes mit dem Zwei-Niveau-System führt zu einer Verschiebung der Energieniveaus [28].

## 2.3 Atomare Zustände von $^{87}\text{Rb}$ und deren Wechselwirkung mit Licht

Die bisherige Diskussion beschränkte sich auf Zwei-Niveau-Systeme. Bei Atomen kann das Licht jedoch mit einer Vielzahl von Energieniveaus wechselwirken. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird mit den zu den Alkalimetallen gehörenden  $^{87}\text{Rb}$  Atomen gearbeitet. Im Folgenden wird kurz das Termschema<sup>3</sup> von Grundzustand und erstem angeregten Zustand von  $^{87}\text{Rb}$  erklärt. Desweiteren wird darauf eingegangen, wie Licht an diese Zustände koppelt, und wie durch einen spontanen Zerfall ein  $^{87}\text{Rb}$  Atom mit einem Photon verschränkt werden kann. Sämtliche höheren angeregten Zustände werden in diesem Rahmen nicht behandelt.

### 2.3.1 Termschema

$^{87}\text{Rb}$  ist ein Isotop der Alkaligruppe, also der wasserstoffähnlichen Elemente, mit einem äußeren Valenzelektron in der fünften Schale ( $n = 5$ ). Da die abgeschlossenen Elektronenschalen nicht zum Drehimpuls beitragen, wird der Drehimpuls des Atoms durch den Bahndrehimpuls  $\vec{L}$  des Elektrons, den Spin  $\vec{S}$  des Elektrons und den Kernspin  $\vec{I}$  bestimmt. Der Betrag des Bahndrehimpulses des Elektrons kann die Werte  $|\vec{L}| = \hbar\sqrt{L(L+1)}$  mit

<sup>3</sup>Dieses wird in der Literatur zum Teil auch als Grotrian-Diagramm bezeichnet

der Drehimpuls-Quantenzahl  $L = 0, 1, \dots, 4$  annehmen. Das Valenzelektron ist umso stärker gebunden, je kleiner sein Drehimpuls ist. Dies liegt an dem energetischen Beitrag, den die kernnahen Anteile der Wellenfunktion bei kleinem  $L$  liefern. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit spielen nur der Grundzustand mit  $L = 0$  (Russell-Saunders Notation: S ) und der erste angeregte Zustand mit  $L = 1$  (Russell-Saunders Notation: P ) eine Rolle.

**Feinstruktur** Die Wechselwirkung von Bahndrehimpuls  $\vec{L}$  mit dem Spin  $\vec{S}$  des Elektrons führt zu einer Aufspaltung der Energieniveaus in Abhängigkeit vom Betrag des Gesamtdrehimpulses des Elektrons,

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

Man kann zeigen, dass  $|\vec{J}| = \hbar\sqrt{J(J+1)}$  mit

$$|L - S| \leq J \leq |L + S|$$

gilt, wobei  $S$  die zum Spin  $\vec{S}$  des Elektrons gehörende Quantenzahl ist. Es gilt  $|\vec{S}| = \hbar\sqrt{S(S+1)}$ , wobei für ein einziges Elektron  $S = \frac{1}{2}$  ist. Für den Grundzustand von  $^{87}\text{Rb}$  gilt somit  $L = 0, S = \frac{1}{2} \rightarrow J = \frac{1}{2}$ , für ersten angeregten Zustand  $L = 1, S = \frac{1}{2} \rightarrow J = \frac{1}{2}$  oder  $J = \frac{3}{2}$ . Der angeregte Zustand spaltet sich unter dem Einfluss der Spin-Bahn Wechselwirkung also in zwei Komponenten mit  $J = \frac{1}{2}$  und  $J = \frac{3}{2}$  auf, was auch als Feinstruktur-Aufspaltung bezeichnet wird. Der optische Übergang  $L = 0$  nach  $L = 1$  spaltet sich dementsprechend auf in die  $D_1$  Linie ( $5^2S_{\frac{1}{2}} \rightarrow 5^2P_{\frac{1}{2}}$ ) bei 795nm und die  $D_2$  Linie ( $5^2S_{\frac{1}{2}} \rightarrow 5^2P_{\frac{3}{2}}$ ) bei 780nm. Die Angabe der Energieniveaus erfolgt hier in der Russell-Saunders Notation.

**Hyperfeinstruktur** Auch die Wechselwirkung des Gesamtdrehimpulses  $\vec{J}$  des Elektrons mit dem Kernspin  $\vec{I}$  führt zu einer Aufspaltung der Energieniveaus, was auch als Hyperfein-Aufspaltung bezeichnet wird. Die Wechselwirkungsenergie von  $\vec{J}$  und  $\vec{I}$  hängt vom Betrag des Gesamtdrehimpulses des Atoms,

$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$$

ab. Man kann zeigen, dass  $|\vec{F}| = \hbar\sqrt{F(F+1)}$  mit

$$|J - I| \leq F \leq |J + I|$$

gilt, wobei  $I$  die zum Kernspin  $\vec{I}$  gehörende Quantenzahl ist. Der Betrag des Kernspins ergibt sich mithilfe der Kernspin-Quantenzahl  $I$  über  $|\vec{I}| = \hbar\sqrt{I(I+1)}$ . Für  $^{87}\text{Rb}$  ist  $I = \frac{3}{2}$ , somit ergeben sich folgende Aufspaltungen der Energieniveaus:

- Der Grundzustand  $5^2S_{\frac{1}{2}}$  spaltet auf in  $F = 1$  und  $F = 2$
- Der angeregte Zustand  $5^2P_{\frac{1}{2}}$  spaltet auf in  $F = 1$  und  $F = 2$
- Der angeregte Zustand  $5^2P_{\frac{3}{2}}$  spaltet auf in  $F = 0, F = 1, F = 2$  und  $F = 3$

Da die Wechselwirkungsenergie von  $\vec{J}$  mit  $\vec{I}$  für  $^{87}\text{Rb}$  um Größenordnungen geringer ist als die Feinstrukturaufspaltung, kommt es zu keiner Mischung verschiedener Feinstruktur-Energieniveaus. In Abbildung 2.4 a) ist die Feinstrukturaufspaltung sowie die Hyperfeinstrukturaufspaltung von Grundzustand und erstem angeregten Zustand für  $^{87}\text{Rb}$  schematisch dargestellt. Im Anhang A.1 findet sich eine genaue Darstellung der Energien der Hyperfein-Niveaus.

Ist das Atom in einem Hyperfeinzustand  $F$ , so kann die Gesamtdrehimpulskomponente des Atoms in einer bestimmten Raumrichtung, welche auch als Quantisierungs-Achse bezeichnet wird, die Werte  $m_F\hbar$  mit  $-F \leq m_F \leq F$  annehmen. Diese  $2F + 1$  Unterzustände lassen sich durch Anlegen eines Magnetfeldes aufgrund des Zeeman-Effektes auch energetisch unterscheiden und werden auch Zeeman-Zustände genannt. In Abbildung 2.4 b) sind die Zeemanzustände des Grund- und ersten angeregten Zustandes von  $^{87}\text{Rb}$  schematisch dargestellt. Die Eigenzustände der Operatoren  $|\vec{L}|, |\vec{J}|, |\vec{F}|$  und  $F_z$  mit den Quantenzahlen  $L, J, F, m_F$  bilden eine vollständige Basis des Grund und ersten angeregten Zustands von  $^{87}\text{Rb}$ . [25, 28, 31, 32].

### 2.3.2 Auswahlregeln und Kopplungsstärken

In diesem Abschnitt soll beschrieben werden, welche optischen Dipol-Übergänge zwischen den Zuständen  $|g\rangle = |L, J, F, m_F\rangle$  und  $|e\rangle = |L', J', F', m'_F\rangle$  möglich sind. Des weiteren wird darauf eingegangen, wie stark ein Lichtfeld an diese Übergänge koppeln kann. Für eine Herleitung der vorgestellten Resultate sei auf [31, 28, 25] verwiesen. Die Wechselwirkung des Lichtfelds mit den Zuständen  $|g\rangle$  und  $|e\rangle$  wird durch das Dipol-Übergangs-Matrixelement,

$$\vec{\mu}_{e'g} = \langle L', J', F', m'_F | e\vec{r} | L, J, F, m_F \rangle \quad (2.13)$$

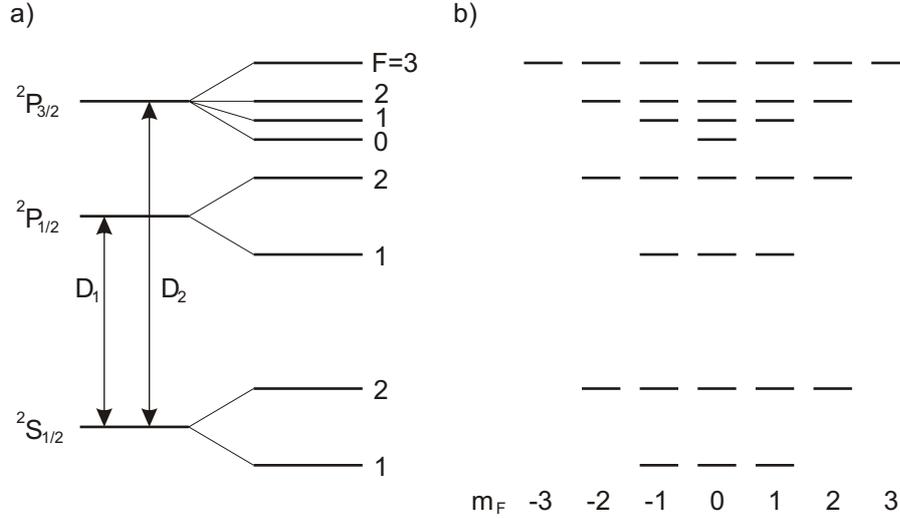


Abbildung 2.4: a) Fein- und Hyperfeinstrukturaufspaltung von Grundzustand und erstem angeregten Zustand von  $^{87}\text{Rb}$ . b) Zeeman-Zustände des Grundzustandes und ersten angeregten Zustandes von  $^{87}\text{Rb}$ . Nach oben ist die Energie aufgetragen.

beschrieben. Sowohl die Rabi-Frequenz (Gleichung 2.8) als auch die Zerfallsrate (Gleichung 2.10) hängen von dieser Größe ab.

**Auswahlregeln:** Nach [31] ergeben sich durch Auswertung von Gleichung 2.13 für den Grundzustand  $5^2S_{\frac{1}{2}}$  und die ersten angeregten Zustände  $5^2P_{\frac{1}{2}}$  und  $5^2P_{\frac{3}{2}}$  von  $^{87}\text{Rb}$  folgende Regeln: Ein nicht verschwindendes Übergangs-Matrixelement und somit die Möglichkeit eines optischen Dipol-Übergangs zwischen den Zuständen  $|g\rangle=|L, J, F, m_F\rangle$  und  $|e\rangle=|L', J', F', m'_F\rangle$  ist nur dann gegeben, wenn:

$$L - L' = \pm 1$$

$$F - F' = 0, \pm 1$$

$$m_F - m'_F = 0, \pm 1 \text{ falls } F - F' \neq 0$$

$$m_F - m'_F = \pm 1 \text{ falls } F - F' = 0$$

Die hieraus resultierenden optischen Dipol-Übergänge bezeichnet man als  $\pi$ -Übergang im Falle  $m_F - m'_F = 0$ ,  $\sigma^+$ -Übergang im Falle  $m'_F - m_F = +1$  und  $\sigma^-$ -Übergang im Falle  $m'_F - m_F = -1$  [28, 32].

**Kopplungsstärken:** Der Betrag des Matrix-Elements  $|\langle L', J', F', m'_F | e\vec{r} | L, J, F, m_F \rangle|$  aus Gleichung 2.13 bestimmt, wie stark ein Lichtfeld an den Übergang zwischen  $|g\rangle$  und  $|e\rangle$  koppeln kann. Für diese Arbeit sind Übergänge zwischen bestimmten Zeeman-Zuständen der  $D_1$ -Linie von besonderem Interesse. Die Dipol-Matrix-Elemente für diese Übergänge können unter Anwendung des Wigner-Eckart Theorems als  $Q$  vielfaches des sogenannten "reduzierten Dipol-Matrix-Elements"  $\langle J' = 1/2 || er || J = 1/2 \rangle$  dargestellt werden [31]:

$$|\langle F', m'_F | e\vec{r} | F, m_F \rangle| = Q_{F', m'_F, F, m_F} \langle J' = 1/2 || er || J = 1/2 \rangle$$

Mithilfe des zeitlichen Mittelwerts der Lichtintensität  $\bar{I} = \frac{1}{2}c\varepsilon_0 E_0^2$  lässt sich die Rabi-Frequenz (Gl. 2.8) für einen Übergang zwischen zwei Zeeman-Zuständen ausdrücken durch:

$$\Omega = Q_{F', m'_F, F, m_F} \langle J' = 1/2 || er || J = 1/2 \rangle \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{c\varepsilon_0 \hbar}} \sqrt{\bar{I}} \quad (2.14)$$

Die Zerfallsrate für einen bestimmten Übergang der  $D_1$ -Linie ergibt sich nach 2.10 zu,

$$\gamma = \frac{\omega_{D_1}^3}{3\pi\varepsilon_0 \hbar c^3} (Q_{F', m'_F, F, m_F} \langle J' = 1/2 || er || J = 1/2 \rangle)^2 = (Q_{F', m'_F, F, m_F})^2 \Gamma_{D_1} \quad (2.15)$$

mit der natürlichen Linienbreite  $\Gamma_{D_1}$  der  $D_1$ -Linie. Da ein angeregter Zeeman-Zustand insgesamt mit der Rate  $\Gamma_{D_1}$  in verschiedene Zeeman-Grundzustände zerfallen kann, ergibt sich die Sättigungsintensität für einen Übergang zwischen zwei Zeeman-Niveaus nicht analog zu der in Abschnitt 2.2.2 vorgestellten Sättigungsintensität für ein Zwei-Niveau-System. Für einen Übergang zwischen zwei Zeeman-Zuständen ist diese gegeben durch [28, 31]:

$$I_s = \frac{1}{(Q_{F', m'_F, F, m_F})^2} \cdot \frac{c\varepsilon_0 \hbar^2 \Gamma_{D_1}^2}{4 \langle J' = 1/2 || er || J = 1/2 \rangle^2}$$

Die aus numerischen Berechnungen stammenden Faktoren  $Q_{F', m'_F, F, m_F}$ , die für die vorliegende Arbeit eine Rolle spielen sind im Anhang A.3 gegeben. Für sämtliche weitere Übergänge der  $D_1$ -Linie von  $^{87}\text{Rb}$  sind diese in [31] tabellarisch aufgeführt.

### 2.3.3 Verschränkung eines $^{87}\text{Rb}$ Atoms mit einem Photon

Ein Ziel des Experiments ist es, die Verschränkung eines Atoms mit einem Photon zu erzeugen und nachzuweisen. Im folgenden sollen zunächst die Drehimpulszustände eines von einem Atom emittierten Photons beschrieben werden. Hierbei wird im Rahmen dieser

Arbeiten erstmals die Quantisierung des Lichtfelds berücksichtigt. Desweiteren soll erklärt werden, wie der Drehimpuls eines Atoms über den spontanen Zerfall mit dem Drehimpuls eines Photons verschränkt werden kann.

**Drehimpulszustände eines Photons** Ein Atom im angeregten Zustand kann nur über die nach den Auswahlregeln möglichen Übergänge in den Grundzustand zerfallen. Bei diesem Zerfall wird genau ein Photon emittiert [29]. Da sowohl der angeregte Zustand als auch der Grundzustand einen fest definierten Drehimpuls bezüglich der Quantisierungsachse haben, ist auch der Drehimpuls des Photons bezüglich dieser Achse definiert. Für die drei möglichen, optischen-Übergänge  $\pi$ ,  $\sigma^+$  und  $\sigma^-$  ergeben sich somit folgende Drehimpulszustände des Photons:

$$|m_p = +1\rangle = |\sigma^+\rangle$$

$$|m_p = 0\rangle = |\pi\rangle$$

$$|m_p = -1\rangle = |\sigma^-\rangle$$

In diesem Fall bestimmt  $m_p$  die Projektion des Spins des Photons auf die Quantisierungsachse. Der Spinzustand  $|\pi\rangle$  entspricht linear, parallel zur Quantisierungs-Achse des Atoms polarisiertem Licht. Da das elektrische Feld immer transversal zur Ausbreitungsrichtung schwingt, werden Photonen im Zustand  $|\pi\rangle$  nicht parallel zur Quantisierungsachse emittiert. Für Photonen, die parallel zur Quantisierungsachse emittiert werden, entspricht der Spin Zustand  $|\sigma^+\rangle$ (beziehungsweise  $|\sigma^-\rangle$ ) links-zirkularpolarisiertem (respektive rechts-zirkularpolarisiertem) Licht [14].

**Atom-Photon Verschränkung über den spontanen Zerfall:** Ist das Atom im Zustand  $5^2P_{\frac{3}{2}}, F' = 0$  präpariert, so kann es über einen optischen-Dipol-Übergang nur in die Zustände  $5^2S_{\frac{1}{2}}|F = 1, m = -1\rangle$ ,  $|F = 1, m = 0\rangle$  und  $|F = 1, m = +1\rangle$  zerfallen (Abschnitt 2.3.2). Wie in Abbildung 2.5 dargestellt, wird das hierbei emittierte Photon aufgrund von Drehimpulserhaltung die Zustände  $|\sigma^+\rangle$ ,  $|\pi\rangle$ , oder  $|\sigma^-\rangle$  annehmen. Wie schon erwähnt, können Photonen im Zustand  $|\pi\rangle$  nicht in Richtung der Quantisierungsachse emittiert werden. Photonen, die in Richtung der Quantisierungsachse emittiert werden, befinden sich somit in den Zuständen  $|\sigma^+\rangle$ ,  $|\sigma^-\rangle$  oder einer Linearkombination dieser beiden. In diesem Fall entspricht der Spin-Zustand  $|\sigma^+\rangle$ , (beziehungsweise  $|\sigma^-\rangle$ ) links-zirkularpolarisiertem (respektive rechts-zirkularpolarisiertem) Licht. Da die Kopplungsstärken für den  $\sigma^+$ -Übergang und  $\sigma^-$ -Übergang gleich groß sind, ergibt sich nach der Weisskopf-Wigner Theorie [13] für

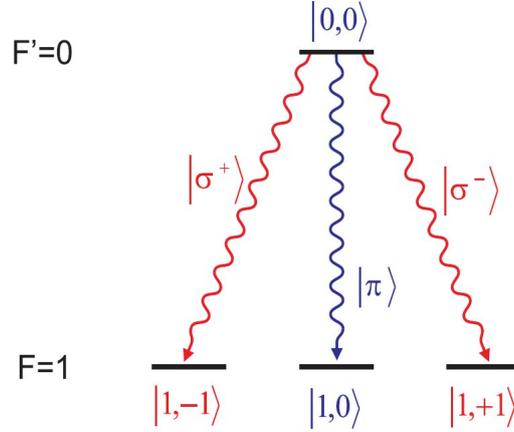


Abbildung 2.5: Spontaner Zerfall eines  $^{87}\text{Rb}$  Atoms aus dem angeregten Zustand  $5^2P_{3/2}, |F', m'_F\rangle = |0,0\rangle$  in die drei möglichen Grundzustände  $5^2S_{1/2}, |F, m_F\rangle = |1, \pm 1\rangle$  und  $|1,0\rangle$ .

den spontanen Zerfall ein maximal verschränkter Zustand für den Drehimpuls des Atoms und der Polarisation des Photons [14, 31]:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\sigma^-\rangle |1, 1\rangle + |\sigma^+\rangle |1, -1\rangle) \quad (2.16)$$

Wie bereits in Abschnitt 2.1.1 dargestellt, ergeben sich somit nicht klassische Korrelationen zwischen dem Drehimpuls des Atoms und der Polarisation des emittierten Photons. Der Zustand 2.16 ist formal äquivalent zu einem verschränkten  $2 \times 2$ -Zustand (siehe Gleichung 2.3). Somit ist es möglich für die Messergebnisse der Polarisation des Photons und des atomaren Drehimpulses eine Bellsche-Ungleichung aufzustellen [14, 26]. Die Verletzung dieser Ungleichung kann experimentell verifiziert werden.

Abschließend sei daraufhingewiesen, dass in der vorgestellten Betrachtung der spontane Zerfall nicht zur Dekohärenz des Quantenzustandes führt, da das System Atom-Photon als Ganzes betrachtet wird. Bei der in Abschnitt 2.2.2 vorgestellten Dekohärenz des atomaren Zustandes durch den spontanen Zerfall wurde der Zustand des Photons nicht in die Betrachtung eingeschlossen.

### 3 Einzelatom-Falle

Für die experimentelle Erzeugung und den Nachweis der im vorherigen Kapitel vorgestellten Drehimpulsverschränkung zwischen einem  $^{87}\text{Rb}$  Atom und einem Photon sind folgende Kriterien zu erfüllen:

- Zur Erzeugung der Verschränkung ist es notwendig, das Atom in den Zustand  $5^2P_{\frac{3}{2}}$ ,  $F' = 0$  zu präparieren [33].
- Zum Nachweis der Verschränkung ist eine Messung der Drehimpulse des Atoms und des Photons in unterschiedlichen Raumrichtungen notwendig. Dies entspricht der Projektion des atomaren Zustands beziehungsweise des Zustands des Photons auf verschiedene Basiszustände der durch die Zustände  $|F = 1, m = -1\rangle, |F = 1, m = +1\rangle$  beziehungsweise  $|\sigma^+\rangle, |\sigma^-\rangle$  erzeugten Zustandsräume. Die Zustände  $|F = 1, m = -1\rangle$  und  $|F = 1, m = +1\rangle$  sollten sich energetisch um weniger als eine Linienbreite der  $D_2$ -Linie unterscheiden. Unterschiedliche Energien dieser Zeemanzustände, führen dazu, dass die Drehimpulse und die Energien des Atoms und des Photons verschränkt sind. Dies erschwert einen Nachweis der Verschränkung. Die effiziente Messung des Drehimpulszustandes des Atoms ist wesentlicher Bestandteil der vorliegenden Arbeit und wird im Kapitel 4 behandelt.

Um diese beiden Kriterien zu erfüllen, benötigt man ein einzelnes, von der Umgebung weitgehend isoliertes Atom [26]. Dies ist mit verschiedenen Atomfallen wie zum Beispiel mit Magnet- oder Ionenfallen möglich. In diesem Experiment wird das Einfangen eines  $^{87}\text{Rb}$  Atoms mithilfe einer optischen Dipolfalle realisiert. Die Vorteile einer Dipolfalle für den Nachweis einer Drehimpulsverschränkung von Atom und Photon sind:

1. Die Bindungsenergie des Atoms in der Falle ist für alle magnetischen Unterzustände des Grundzustandes gleich.
2. Die Energieaufspaltung der Zeeman-Zustände des Grundzustandes sind vernachlässigbar.

3. Das Lichtfeld der Dipolfalle wird vom Atom nicht gestreut. Die Besetzungswahrscheinlichkeiten der internen atomaren Zustände des Atoms werden durch die Falle somit nicht verändert.

Ionenfallen würden diese Eigenschaften ebenfalls erfüllen, haben jedoch den Nachteil, dass die optischen Übergangs-Frequenzen der bisher für diese Art von Experimenten verwendeten Ionen nahezu ausschließlich im sichtbaren oder ultravioletten Bereich liegen. Die Lasersysteme für Ionen sind daher verhältnismäßig aufwändig. Zudem lassen sich Photonen dieser Wellenlängen aufgrund der Absorption der meisten Trägermedien nicht über weite Strecken transportieren. Dies steht der Generation einer Verschränkung über weite Distanzen im Wege. Die Übergänge der  $D_1$ - und der  $D_2$ -Linie von  $^{87}\text{Rb}$  können hingegen mit günstigen, gitterstabilisierten Diodenlasern getrieben werden. Zudem lassen sich Photonen der Wellenlänge 795nm beziehungsweise 780nm in Glasfasern relativ verlustfrei über weite Strecken transportieren [13, 26].

Im folgenden Kapitel werden zunächst die theoretischen Grundlagen einer optischen Dipolfalle erklärt. Desweiteren wird der im Experiment verwendete Aufbau einer Dipolfalle mit Detektions-Optik vorgestellt. Abschließend wird gezeigt, wie über diese Detektions-Optik einzelne Atome in der Dipolfalle nachgewiesen werden können.

## 3.1 Theorie zur optischen Dipolfalle

In diesem Abschnitt wird gezeigt, wie ein zu einem atomaren Übergang stark rot verstimmtes, fokussiertes Lichtfeld ein für ein Atom attraktives Potential erzeugt. Desweiteren wird erklärt, welche physikalischen Prozesse es ermöglichen, nur ein einzelnes Atom in eine durch solch ein Potential erzeugte Dipolfalle zu laden.

### 3.1.1 Fallenpotential

In Abschnitt 2.2.3 wurde bereits der Einfluss eines stark verstimmtten Lichtfelds auf ein Zwei-Niveau-System dargestellt. Die Wechselwirkung eines stark rot verstimmtten Lichtfelds mit dem induzierten Dipolmoment des dort beschriebenen Zwei-Niveau-Systems führt nach Gleichung 2.12 zu einer Erniedrigung der Grundzustandsenergie um den Wert:

$$\Delta E_g = \frac{\hbar\Omega^2}{4\delta} \sim \bar{I}$$

Der "light shift" des Grundzustandes  $\Delta E_g$  hängt somit direkt proportional von der mittleren Intensität des Lichtfelds  $\bar{I}(\vec{r})$  ab. Ein fokussierter, rot verstimmtter Lichtstrahl erzeugt somit für ein Zwei-Niveau-System im Grundzustand ein anziehendes Potential  $U(\vec{r}) = \Delta E_g(\vec{r})$ . Die Ortsabhängigkeit dieses Potentials ist allein durch die Intensitätsverteilung  $\bar{I}(\vec{r})$  des Lichtfeldes gegeben.

Bei der im Rahmen der vorliegenden Arbeit verwendeten Atomfalle wird durch einen stark fokussierten gausschen Strahl ( $TEM_{00}$ -Mode) ein attraktives Potential für ein  $^{87}\text{Rb}$  Atom erzeugt. Im folgenden wird zunächst die Intensitätsverteilung  $\bar{I}(\vec{r})$  eines gausschen Strahls dargestellt. Des weiteren wird erklärt, welches Potential  $U(\vec{r})$  sich aus diesem für  $^{87}\text{Rb}$  Atome im Grundzustand ergibt.

**Intensitätsverteilung eines gausschen Strahls:** Für einen in  $z$ -Richtung propagierenden, radialsymmetrischen, gausschen Strahl ist die Intensität in Abhängigkeit von der Position  $z$  und im Abstand  $r$  zur Strahlachse gegeben durch:

$$\bar{I}(r, z) = \frac{2P}{\pi w^2(z)} e^{-\frac{2r^2}{w^2(z)}} \quad (3.1)$$

Hier ist  $P$  die Leistung des Lichtstrahls und  $w(z)$  der Radius, bei dem die Intensität auf den Anteil  $\frac{1}{e^2}$  abgefallen ist. Für den so genannten "waist"  $w(z)$  gilt:

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + z^2/z_R^2}$$

Hierbei wurde die Rayleighlänge  $z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$  für einen Strahl der Wellenlänge  $\lambda$  mit Strahlradius  $w_0$  im Fokus eingeführt. Die maximale Intensität eines gausschen Strahls ist somit gegeben durch [34]:

$$\bar{I}_0 = \frac{2P}{\pi w_0^2}$$

**Fallenpotential für  $^{87}\text{Rb}$  Atome:** Im folgenden soll dargestellt werden, welches Fallenpotential sich für einen bestimmten Zeeman-Grundzustand  $|L = 0, J = \frac{1}{2}, F, m_F\rangle$  von  $^{87}\text{Rb}$  durch die Wechselwirkung mit einem rot verstimmtten Lichtfeld beliebiger Polarisation ergibt. Es soll nur die Kopplung des Lichtfelds an die ersten angeregten Zustände  $5^2P_{\frac{1}{2}}$  und  $5^2P_{\frac{3}{2}}$  berücksichtigt werden. Unter der Annahme, dass die Hyperfein-Aufspaltung der angeregten Zustände klein gegenüber der Verstimmung des Lichtfelds ist, ergibt sich das

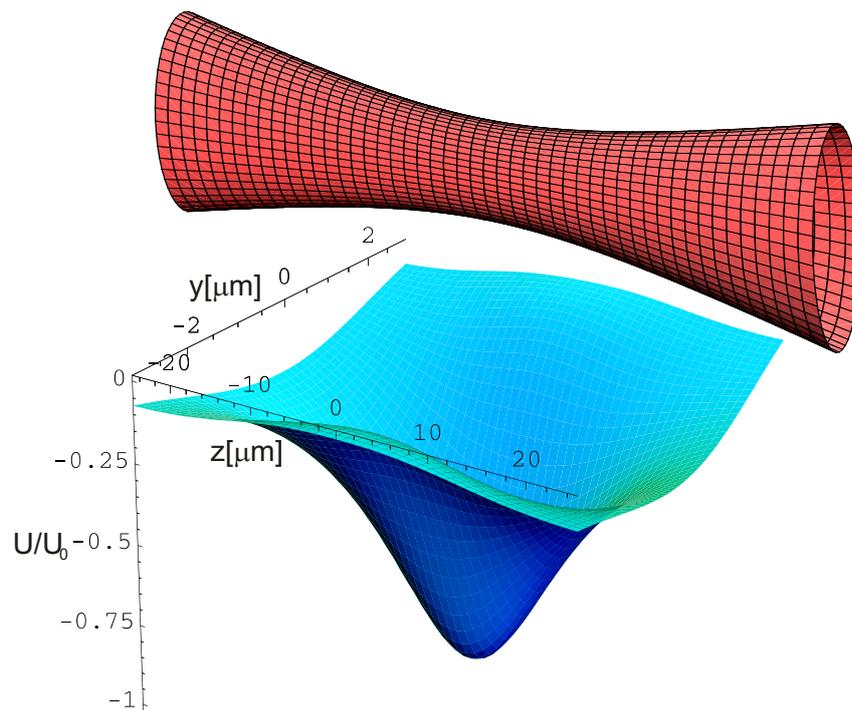


Abbildung 3.1: In der oberen Darstellung ist schematisch der  $\frac{1}{e^2}$  Strahl Radius  $w(z)$  eines auf  $w_0 = 1.9\mu\text{m}$  fokussierten Laserstrahls der Mode  $TEM_{00}$  dargestellt (rot). Das sich hieraus ergebende Fallenpotential  $U(y, z)$  ist maßstabsgetreu dargestellt (blau).

Fallenpotential für das Atom im Grundzustand  $|F, m_F\rangle$  nach [35] zu:

$$U(\vec{r}) = \frac{U_0}{\bar{I}_0} \bar{I}(\vec{r}) \quad (3.2)$$

mit,

$$U_0 = \frac{\pi c^2 \Gamma_{D_1}^2}{2\omega_{D_1}^3} \left( \frac{2 + qg_F m_F}{\delta_{2,F}} + \frac{1 - qg_F m_F}{\delta_{1,F}} \right) \cdot \bar{I}_0. \quad (3.3)$$

Hierbei ist  $U_0$  die Potentialtiefe und  $\bar{I}_0$  die maximale Intensität des Lichtfelds im Fokus. Die Faktoren  $\delta_{1,F}$  und  $\delta_{2,F}$  beschreiben die Verstimmung des Lichtfelds zur Übergangsfrequenz der  $D_1$  und  $D_2$ -Linie,  $g_F$  ist der atomare Landè-Faktor.  $\Gamma_{D_1}$  beschreibt die mittlere Zerfallsrate der  $D_1$ -Linie und  $\omega_{D_1}$  die Übergangsfrequenz der  $D_1$ -Linie. Für  $^{87}\text{Rb}$  Atome ist die räumliche Verteilung des Potentials analog zum Zwei-Niveau-Atom nur durch die Intensitätsverteilung des Lichtfelds gegeben. In Abbildung 3.1 ist der  $\frac{1}{e^2}$  Strahl Radius  $w(z)$  des im Experiment für die Dipolfalle verwendeten gausschen Strahls mit  $w_0 = 1.9\mu\text{m}$ , und das sich hieraus ergebende Fallenpotential dargestellt. Ein wichtiges Resultat von Gleichung 3.3 ist, dass für zirkular polarisiertes Fallenlicht ( $q = \pm 1$ ) die Energie-Entartung der Zeeman-Grundzustände  $|g_j\rangle = |F, m_F\rangle$  aufgehoben wird. Unterschiedliche Energien der Zeemanzustände  $|F = 1, m_F = \pm 1\rangle$ , führen jedoch dazu, dass durch den zur Erzeugung der Verschränkung verwendeten spontanen Zerfall, der Drehimpuls und auch die Energien des Atoms und des Photons verschränkt werden. Da dies zu Problemen beim Nachweis der Drehimpulsverschränkung führt wird im Rahmen des Experiments linear polarisiertes Licht ( $q = 0$ ) zur Erzeugung des Fallenpotentials verwendet. Die Tiefe des Fallenpotentials ist dann für alle Zeeman-Grundzustände gleich. Die vorliegenden Resultate wurden unter Vernachlässigung höherer, angeregter Zustände des  $^{87}\text{Rb}$  Atoms hergeleitet. Unter Berücksichtigung dieser Zustände ändert sich die Potentialtiefe um bis zu 10%, bleibt jedoch für linear polarisiertes Licht nach wie vor unabhängig vom Zeeman-Zustand des Atoms [14, 35]. Im folgenden Abschnitt wird erklärt, welche physikalischen Prozesse es ermöglichen, nur ein einzelnes Atom in die Dipolfalle zu laden.

### 3.1.2 Laden von Atomen in die Dipolfalle

Die Potentialtiefe  $U_0$  hängt von der Leistung des Dipolfallen-Lasers ab und liegt meist in der Größenordnung einiger  $mK$ . Um Atome aus einem Gas effizient in eine Dipolfalle zu laden, müssen diese somit zuerst gekühlt werden. Ein Standardverfahren hierfür ist eine so genannte "magneto-optische-Falle" (MOT) (zur Funktionsweise siehe [28]). Mit

dieser ist es möglich, eine Wolke kalter  $^{87}\text{Rb}$  Atome mit einer Temperatur unterhalb des Doppler Limits von  $^{87}\text{Rb}$  ( $T_{\text{Doppler}} = 146\mu\text{K}$ ) zu erzeugen. Befindet sich der Fokus der Dipolfalle in dieser Wolke, so werden Atome mit der Laderate  $R$  (Atome/s) in die Dipolfalle geladen. Der hieraus resultierenden Zunahme der Atomzahl in der Falle stehen während des Ladevorgangs folgende Prozesse gegenüber, die zum Verlust von Atomen aus der Falle führen:

- Stöße der Atome des Hintergrundgases mit Atomen in der Dipolfalle führen zur Abnahme der Anzahl  $N$  an Atomen in der Falle. Da die Wahrscheinlichkeit für einen Stoßprozess pro Zeit umso größer ist, je mehr Atome sich in der Falle befinden, ist die hieraus resultierende Verlustrate proportional zu  $\gamma N$ . Der Ein-Teilchen-Verlustkoeffizient  $\gamma$  hängt von der Dichte und somit vom Druck des Hintergrundgases ab [36].
- Durch das MOT-Licht induzierte, inelastische Stöße zwischen zwei sich in der Dipolfalle befindenden, kalten Atomen führen zu Verlusten während des Ladevorgangs. Ist nur eines der beiden Atome im angeregten Zustand  $^2P_{\frac{3}{2}}$  ergibt sich ein anziehendes Molekülpotential zwischen dem angeregten Atom und dem Atom im Grundzustand  $^2S_{\frac{1}{2}}$ , wie in Abbildung 3.2 dargestellt. Beim so genannten "radiative escape process" (RE) zerfällt das schwach gebundene  $\text{Rb}_2$ -Molekül in den Grundzustand  $^2S_{\frac{1}{2}} + ^2S_{\frac{1}{2}}$ , nach dem beide Atome durch ihre gegenseitige Anziehung kinetische Energie erhalten haben. Bei der so genannten "fine-structure changing collision" (FCC) nähern sich die beiden Atome durch das attraktive Molekülpotential an, bis das Molekül durch eine Kollision in den repulsiven Zustand  $^2S_{\frac{1}{2}} + ^2P_{\frac{1}{2}}$  übergeht. Die bei diesem Übergang freiwerdende Energie geht über in kinetische Energie der beiden Atome. In beiden Fällen, RE und FCC kann die gewonnene kinetische Energie der beiden Atome dafür ausreichen, dass ein oder beide Atome die Falle verlassen. Die sich hieraus ergebenden Verluste, lassen sich nach [13, 36] durch eine Verlustrate  $-\beta'_L N(N-1)$  berücksichtigen. Der Index  $L$  des so genannten "Zwei-Körper-Verlustkoeffizients"  $\beta'_L$  kennzeichnet, dass diese Verluste durch das Licht der MOT-Strahlen induziert werden. Da die Wahrscheinlichkeit, für Zweikörperstöße von der Dichte der Atome in der Falle abhängt, ist  $\beta'_L$  indirekt proportional zum Fallenvolumen  $V$ :

$$\beta'_L = \frac{\beta_L}{V} \quad (3.4)$$

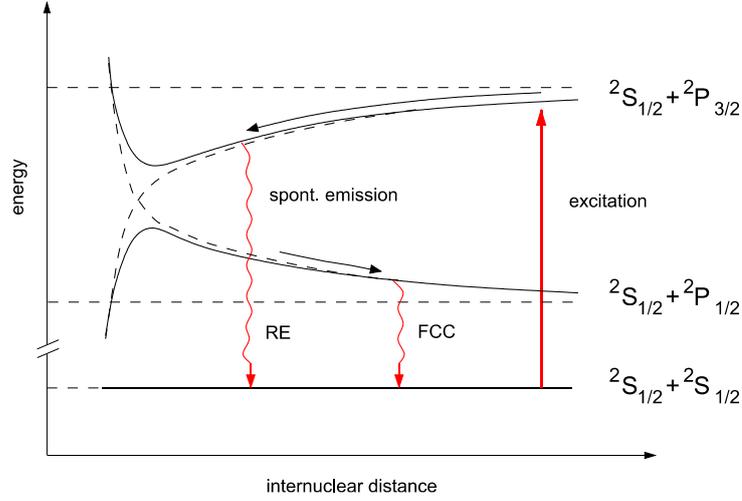


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung des Molekülpotentials zweier Atome, die sich in den Zuständen  ${}^2S_{\frac{1}{2}} + {}^2S_{\frac{1}{2}}$ ,  ${}^2S_{\frac{1}{2}} + {}^2P_{\frac{1}{2}}$  oder  ${}^2S_{\frac{1}{2}} + {}^2P_{\frac{3}{2}}$  befinden. Die spontanen Zerfälle, die zu den Prozessen RE und FCC führen, sind rot dargestellt [13].

Der Parameter  $\beta_L$  ist der volumenunabhängige Zwei-Körper-Verlustkoeffizient und hängt unter anderem von der Intensität der MOT-Strahlen ab. Das Volumen einer Dipolfalle, das Atomen der Temperatur  $T$  zur Verfügung steht, kann nach [37] beschrieben werden durch,

$$V = \pi w_0^2 z_R \ln \left( \frac{1}{1 - \eta} \right) \sqrt{\frac{\eta}{1 - \eta}}$$

mit  $\eta = \frac{k_B T}{U_0}$ . Verluste durch lichtinduzierte Zwei-Körper-Stöße spielen somit vor allem für stark fokussierte Dipolfallen mit einem vergleichsweise kleinen Fallenvolumen eine Rolle.

Neben den bereits dargestellten Verlusten existieren weitere physikalische Prozesse, die zum Verlust von Atomen aus der Dipolfalle führen [37]. Diese können jedoch gegenüber den dargestellten Verlustprozessen durch Stöße der Atome des Hintergrundgases, beziehungsweise lichtinduzierte, inelastische Stöße in Anwesenheit des MOT-Lichts vernachlässigt werden. Somit kann die Anzahl  $N$  der gefangenen Atome in Anwesenheit des MOT-Lichts durch die Differential-Gleichung,

$$\frac{dN}{dt} = R - \gamma N - \beta'_L N(N - 1) \quad (3.5)$$

beschrieben werden. Über diese Gleichung lässt sich die mittlere Atomzahl  $\langle N \rangle$  in der Falle in Anwesenheit des MOT-Lichts bestimmen. Durch Modellierung des Ladevorgangs basierend auf den Gewinn und Verlusttermen von Gleichungen 3.5 über eine "Monte Carlo Simulation" oder einen "Markov Prozess" lässt sich die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Anzahl der Atome in der Falle bestimmen [13, 36]. Diese Wahrscheinlichkeitsverteilung sowie die mittlere Atomzahl können experimentell überprüft werden.

In [36] von N. Schlosser, wurde mit den dort verwendeten Parametern und einer Dipolfalle mit  $w_0 = 0.7\mu\text{m}$  die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Anzahl der Atome in der Falle für unterschiedliche Laderaten berechnet und auch experimentell gemessen. Hierbei wurden charakteristische Wahrscheinlichkeitsverteilungen für drei Bereiche der Laderate identifiziert:

- Im so genannten "Regime schwacher Ladung" für  $R \leq \frac{\gamma}{2}$  befindet sich nur ein , meist jedoch kein Atom in der Falle. Die Verluste eines Atoms aus der Falle werden hier durch Stöße mit Atomen des Hintergrundgases dominiert. Die mittlere Atomzahl ist wesentlich kleiner als 0.5 und die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Anzahl der Atome zeigt nur geringfügige Abweichungen von einer Poisson-Verteilung.
- Im so genannten "Blockade-Regime" für  $\frac{\gamma}{2} < R < \frac{\beta'_L}{4}$  befindet sich, ein oder kein Atom mit ungefähr gleicher Wahrscheinlichkeit in der Falle, somit ist die mittlere Atomzahl im Bereich von 0.5. Das Laden eines zweiten Atoms führt hier aufgrund von lichtinduzierten Zweikörperstößen zum sofortigen Verlust beider Atome aus der Falle. Dieser sogenannte Blockade-Effekt ermöglicht es effizient einzelne Atome in die Dipolfalle zu laden und führt dazu, dass die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Anzahl der Atome von einer Poisson-Verteilung stark abweicht. Dieses Regime kann nur für  $\frac{\gamma}{2} < \frac{\beta'_L}{4}$  und somit für ausreichend stark fokussierte Dipolfallen beobachtet werden.
- Im so genannten "Regime starker Ladung" für  $\frac{\beta'_L}{4} < R$  befinden sich für kurze Zeiträume auch mehrere Atome in der Falle. Die mittlere Atomzahl steigt über den Bereich von 0.5 weiter an. Die Verluste der Atome aus der Falle werden hier ebenfalls durch lichtinduzierte zwei Körper Stöße dominiert. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Anzahl der Atome weicht jedoch im Vergleich zum Blockade-Regime nur geringfügig von einer Poisson-Verteilung ab.

Nachdem im folgenden Abschnitt der Aufbau der im Experiment verwendeten Dipolfalle vorgestellt wird, wird gezeigt, dass es mit dieser Dipolfalle aufgrund des Blockade-Effekts möglich ist nur ein einzelnes Atom zu laden. Des Weiteren wird diskutiert, inwiefern sich für die verwendete Dipolfalle ebenfalls die hier vorgestellten drei Regime identifizieren lassen.

## 3.2 Aufbau einer Dipolfalle

In diesem Abschnitt soll der Aufbau einer Dipolfalle mit einer Detektions- und Ionisationsoptik erklärt werden. Die Dipolfalle wird durch einen fokussierten, vertikal polarisierten, gaußschen Strahl der Wellenlänge  $\lambda = 856\text{nm}$  realisiert. Dieser ist zur  $D_1$ - und  $D_2$ - Linie von  $Rb^{87}$  stark rot verstimmt. Mit der Detektionsoptik sollen von dem Atom in der Dipolfalle emittierte Photonen der Wellenlänge  $\lambda = 780\text{nm}$  aufgesammelt werden. Die Ionisationsoptik ist für eine geplante, atomare Zustandsdetektion durch Ionisation des Atoms mit Licht der Wellenlänge  $\lambda = 473\text{nm}$  nötig. Im Rahmen des vorliegenden Experiments sind eine Dipolfalle, Detektions- und Ionisationsoptik mit möglichst kleinen Foki aus folgenden Gründen vorteilhaft:

- Eine stark fokussierte Dipolfalle hat neben einer hohen Falltiefe bei gegebener Lichtleistung den Vorteil, dass bis zu einer bestimmten Laderate nicht mehr als ein Atom in die Falle geladen wird.
- Mit einer Detektionsoptik, deren Fokus in der Größenordnung des Fokus der Dipolfalle liegt, können verhältnismäßig viele vom Atom emittierte Photonen aufgesammelt werden, was insbesondere für den Nachweis einer Atom-Photonen-Verschrankung notwendig ist.
- Ein kleiner Fokus der Ionisationsoptik ist günstig, um die für eine schnelle Ionisationsdetektion notwendigen hohen Lichtintensitäten am Ort des Atoms zu erreichen [38].

Im Rahmen des vorliegenden Experiments wird die Dipolfalle auf  $w_0 \simeq 1.9\mu\text{m}$ , Detektions- und Ionisationsoptik auf  $w_0 \simeq 1.2\mu\text{m}$  fokussiert. Die Foki von Dipolfalle, Detektions- und Ionisationsoptik müssen am Ort der MOT in der Vakuumszelle überlagert werden. Der Aufbau von Vakuumanlage und MOT ist in [33, 38] beschrieben. Wie in Abbildung 3.3 dargestellt werden hierzu die Strahlverläufe mithilfe von dichroidischen Spiegeln überlagert und durch ein Objektiv<sup>1</sup> mit der Numerischen Apertur 0.5 und einem Arbeitsabstand von

---

<sup>1</sup>Mitutoyo G Plan Apo 50

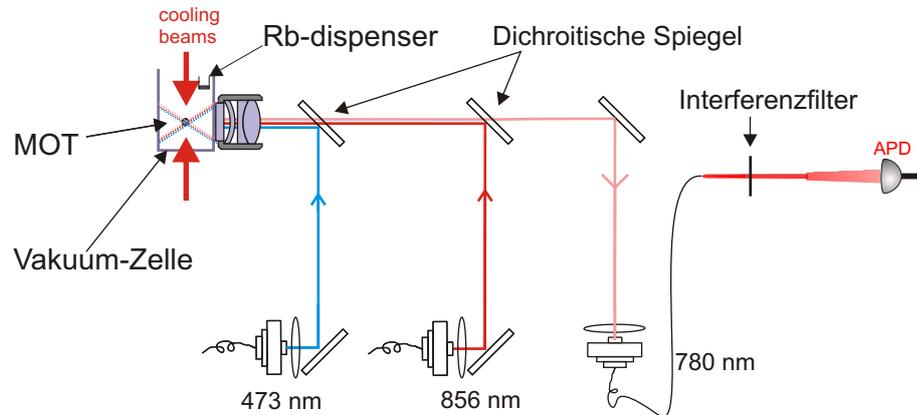


Abbildung 3.3: Schematische Darstellung des Aufbaus der Dipolfalle(856nm) mit Detektions(780nm)- und Ionisationsoptik(473nm). Die Strahlverläufe werden mit dichroitischen Spiegeln überlagert und durch das Objektiv am selben Ort fokussiert. Durch Verschieben des "bread boards", auf dem der Aufbau justiert ist, wird dieser Fokus im Mittelpunkt der MOT platziert. Von der Detektionsoptik aufgesammelte Photonen werden mit einer Aktiv-Gequenchte-Photodiode (APD) registriert.

13.89mm fokussiert. Das Objektiv befindet sich außerhalb der Vakuumszelle und ist für eine 3.5mm dicke Glasplatte<sup>2</sup> zwischen Fokus und Objektiv korrigiert. Da die Vakuumszelle aus 3mm dickem Glas<sup>3</sup> gefertigt ist wird zwischen Objektiv und Vakuumszelle zusätzlich eine 0.5mm dicke Glasplatte angebracht. Der Aufbau des Objektivs, der Dichroitischenspiegel und der Faserkoppler befindet sich auf einem eigenständigen, 45cm × 30cm × 5.4cm großen, so genannten "bread board". Dies ermöglicht es diesen Aufbau erst nach der Justage mit dem Aufbau der Vakuumsapparatur und MOT zu vereinigen.

Der Dipolstrahl wird durch einen Einmoden-Diodenlaser erzeugt [38]. Im Fokus der Dipolfalle kann mit diesem eine Gesamtleistung  $P_{max} = 15mW$  erreicht werden. Für den im Experiment vertikal polarisierten Laser der Wellenlänge  $\lambda = 856nm$  und  $w_0 = 1.9\mu m$  ergibt sich nach Gleichung 3.3 eine maximale Falltiefe von:

$$U_0 = 1.5mK$$

<sup>2</sup>Glas: BK7

<sup>3</sup>Glas: VS, Unterschied im Brechungsindex von BK7 und VS sind vernachlässigbar.

Der Laser der Ionisationsoptik wird durch einen diodengepumpten und frequenzverdoppelten Festkörperlaser<sup>4</sup> der Wellenlänge  $\lambda = 473nm$  erzeugt [38]. Beide werden über eine Glasfaser auf das Bread Board geleitet. Die von der Detektions-Optik aufgesammelten Photonen werden in eine Glasfaser eingekoppelt, und können durch eine sogenannte Aktiv-Gequenchte-Photodiode (APD) registriert werden. Die verwendete APD<sup>5</sup> hat bei  $780nm$  eine Detektionseffizienz einzelner Licht-Quanten von ca. 65% und eine Dunklezählrate  $\leq 50\frac{1}{s}$ . Um die Detektion von Hintergrundlicht zu unterdrücken befindet sich vor der APD ein Interferenzfilter, der nur Licht im Bereich der Wellenlänge  $780nm$  transmittiert. Durch Verschieben des Bread Boards kann der Fokus der gesamten Optik im Mittelpunkt der MOT platziert werden. Im folgenden wird ausführlich erklärt, in welchen Schritten und mit welchen Komponenten der Aufbau erfolgt ist. Zunächst wird die Justage der Detektionsoptik erklärt. Desweiteren wird darauf eingegangen, wie die Foki von Dipolfalle und Ionisationsoptik mit dem Fokus der Detektionsoptik überlagert werden.

#### 3.2.1 Justage der Detektionsoptik

Im folgenden wird schrittweise erklärt, wie die optische Achse der Detektionsoptik auf die optische Achse des Objektivs justiert werden kann:

- Zu Justagezwecken wird durch die Faser ein Laser der Wellenlänge  $\lambda = 780nm$  entgegengesetzt zur Aufsammelrichtung gestrahlt (siehe Abbildung 3.4). Dieser Justierlaser kann durch einen gausschen Strahl beschrieben werden und wird am Ausgang der Einmodenfaser<sup>6</sup> durch eine achromatische Linse<sup>7</sup> der Brennweite  $f = 11mm$  auf  $w_0 = 730\mu m$  kollimiert. Der Waist  $w_0$  des Justierlasers vor dem Objektiv ist ausschlaggebend, für die Größe des Fokus der Detektionsoptik.
- Im nächsten Schritt wird der Justierlaser grob auf die optische Achse des Objektivs justiert. Hierzu wird eine Rohroptik mit Blenden in die Fassung des Objektivs geschraubt. Diese Justage ist vergleichsweise unzuverlässig.
- Die dichroitischen Spiegel besitzen einen hohen Transmissionsgrad<sup>8</sup> bei Licht der Wellenlänge  $780nm$ . Dieser ist jedoch leicht unterschiedlich für verschiedene Polarisationen. Da die Aufsammeleffizienz nicht von der Polarisierung des Lichts abhängen

---

<sup>4</sup>Hersteller: Laser Quantum, Modell: Ciele, maximale Leistung 350mW

<sup>5</sup>Perkin Elmer: SPCM-AQR

<sup>6</sup>Thorlabs P1-630A-FC5

<sup>7</sup>Thorlabs C220TME-B

<sup>8</sup>T > 97%

darf, müssen die Dichroiten unter einem von  $45^\circ$  um einige Grad abweichenden Winkel in den Strahlengang gesetzt werden. Diese Winkel werden so gewählt, dass die Transmission der dichroitischen Spiegel unabhängig von der Polarisierung ist.

- Der Justierlaser wird in zwei Schritten vergleichsweise genau auf die Achse des Objektivs justiert. Im ersten Schritt wird ein Spiegel auf der Fassungs-Platte des Objektivs angebracht. Der Flächennormalenvektor der Fassung-Platte und somit auch der des Spiegels ist parallel zur Achse des Objektivs. Für die Genauigkeit dieser Justage ist es erforderlich, dass die Gewindebohrung, in die das Objektiv geschraubt wird, senkrecht zur Fassungs-Platte ist. Beim vorliegenden Aufbau ist dies gewährleistet. Mithilfe des reflektierten Strahls wird der Justierlaser senkrecht auf diesen Spiegel, und somit parallel zur Achse des Objektivs justiert. Im zweiten Schritt wird zunächst das Objektiv aus der Fassung genommen. Ein Spiegel auf einem in  $z$ -Richtung verschiebbaren Tisch wird so positioniert, dass dieser den Justierlaser in sich selbst zurück reflektiert. Das Objektiv wird hierauf wieder in die Fassung geschraubt, und der Spiegel mithilfe des Verschiebetisches in den Fokus des Objektivs gefahren. Durch das Verschieben des Justierlasers in der Ebene senkrecht zu seinem Strahlverlauf kann der zurückreflektierte Strahl mit dem einlaufenden Strahl überlagert werden. Hierdurch ist garantiert, dass der Justierlaser das Objektiv mittig durchläuft. Beide Schritte stellen somit sicher, dass der Justierlaser auf der Achse des Objektivs liegt.

### 3.2.2 Justage der Dipolfalle und der Ionisationsoptik

Nachdem der Justierlaser der Detektionsoptik auf der optischen Achse des Objektivs liegt, müssen der Dipolfallenlaser und der Ionisationslaser ebenfalls auf die optische Achse justiert werden. Desweiteren müssen die Foki der Laser am Ort der Dipolfalle überlagert werden.

**Justage auf die optische Achse:** Der Dipolfallenlaser wird am Ausgang der verwendeten Einmodenglasfaser<sup>9</sup> mit einer achromatischen Linse<sup>10</sup> der Brennweite  $f = 6.2\text{mm}$  kollimiert ( $w_0 = 730\mu\text{m}$ ). Der Ionisationslaser wird ebenfalls mit einer achromatischen Linse<sup>11</sup> der Brennweite  $f = 6.2\text{mm}$  kollimiert ( $w_0 = 560\mu\text{m}$ ).

<sup>9</sup>Glasfaser der Dipolfalle: Thorlabs P3-830a-FC5,  $MFD = 5.6\mu\text{m}$

Glasfaser des Ionisations-Lasers: Thorlabs 460HP,  $MFD = 3.4\mu\text{m}$

<sup>10</sup>Thorlabs C110TME-B

<sup>11</sup>Thorlabs C110TME-A

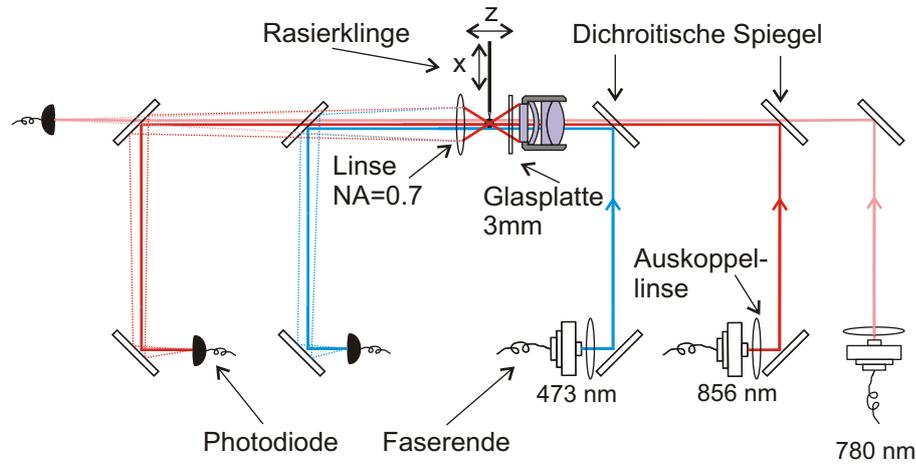


Abbildung 3.4: Rechter Bildabschnitt: Schematische Darstellung des Aufbaus der Dipolfalle(856nm) mit Detektions(780nm)- und Ionisationsoptik(473nm). Die Strahlverläufe werden mit dichroitischen Spiegeln überlagert und durch das Objektiv fokussiert. Die Faserenden mit Auskoppel linse können zur Justage senkrecht zur Strahlachse verschoben werden. Linker Bildabschnitt: Mithilfe dichroitischer Spiegel werden die Strahlen nach dem Objektiv getrennt und mit einer Linse auf Photodioden fokussiert. Zur Bestimmung der  $z$ -Position der Foki aller drei Strahlen wird eine Rasier Klinge in den Bereich der Foki bewegt. Aus der Lichtintensität in Abhängigkeit von der Position der Rasier Klinge lässt sich die jeweilige  $z$ -Position der Foki bestimmen.

Mithilfe einer CCD-Kamera<sup>12</sup> werden der kollimierte Dipolfallenlaserstrahl und Ionisationslaserstrahl vor dem Objektiv mit dem Justierlaserstrahl überlagert. Mit dieser Methode lassen sich die Achsen der Strahlen mit einer Genauigkeit von  $\pm 20\mu\text{m}$  überlagern.

**Vereinigung der  $z$ -Positionen der Foki:** Aufgrund von chromatischen Fehlern des Objektivs unterscheiden sich die  $z$ -Positionen der Foki von Dipolfallen-, Ionisations- und Justierlaser. Um diese Abweichung zu korrigieren muss die  $z$ -Position der Foki bestimmt werden. Durch eine leichte Änderung der Divergenz von Dipolfallenlaser und Ionisationslaser vor dem Objektiv können deren Foki dann in den Fokus des Justierlasers verschoben werden. Zur Bestimmung der  $z$ -Positionen wird wie in Abbildung 3.4 dargestellt eine Rasier Klinge mithilfe von zwei Schrittmotoren in den Bereich der Foki gefahren. Die Schrittmotoren bewegen die Rasier Klinge in  $x$ - und  $z$ -Richtung mit einer Schrittweite von  $0.5\mu\text{m}$ . Mithilfe

<sup>12</sup>WIN-CAMD

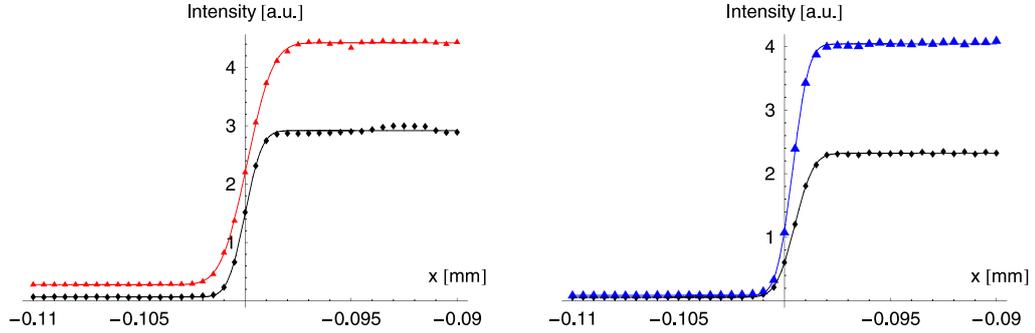


Abbildung 3.5: Gemessene Intensität in Abhängigkeit von der  $x$ -Position der Rasierklinge im Fokus für die drei Wellenlängen:  $780\text{nm}$  (schwarz),  $850\text{nm}$  (rot, linkes Bild),  $473\text{nm}$  (blau, rechtes Bild). Die durchgezogenen Linien zeigen jeweils einen Fit der Messwerte nach Gleichung 3.6. Die Messung wurde an der Position  $z_0$  der Foki aufgenommen, nachdem die drei Foki überlagert wurden.

von Photodioden kann für eine bestimmte  $z$ -Position die Intensität in Abhängigkeit von der  $x$ -Position der Rasierklinge für die drei Laser gemessen werden. Für einen gausschen Strahl ergibt sich die Intensität in Abhängigkeit von der  $x$ -Position der Rasierklinge nach [34, 38] zu:

$$I(x) = y_0 + \frac{2P}{\pi w^2(z)} \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{w^2(z)}} = y_0 + y_1 \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(x - x_0)}{w(z)} \right) \quad (3.6)$$

Über einen least-square-Fit dieser Funktion an die Messwerte können  $w(z)$  und  $x_0$  ermittelt werden. Die Parameter  $y_0$  beziehungsweise  $y_1$  beschreiben die Hintergrundintensität beziehungsweise die Intensität des Lasers. In Abbildung 3.5 sind die gemessenen Intensitäten in Abhängigkeit von der  $x$ -Position der Rasierklinge und die gefitteten Funktionen für die drei Wellenlängen dargestellt. Die Abbildung zeigt, dass die im Bereich der Foki gemessenen Strahlprofile gut mit denen eines gausschen Strahls übereinstimmen.

Um die Position  $z_0$  der Foki genau zu bestimmen, können die Messwerte für  $w(z)$  mit der Funktion,

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{M^4(z - z_0)^2}{z_R^2}} \quad (3.7)$$

gefittet werden [38, 39]. Der Parameter  $M \geq 1$  berücksichtigt Anteile höherer Moden im Strahl. Für einen gausschen Strahl (entspricht der Mode  $TEM_{00}$ ) gilt  $M = 1$ . In Abbildung

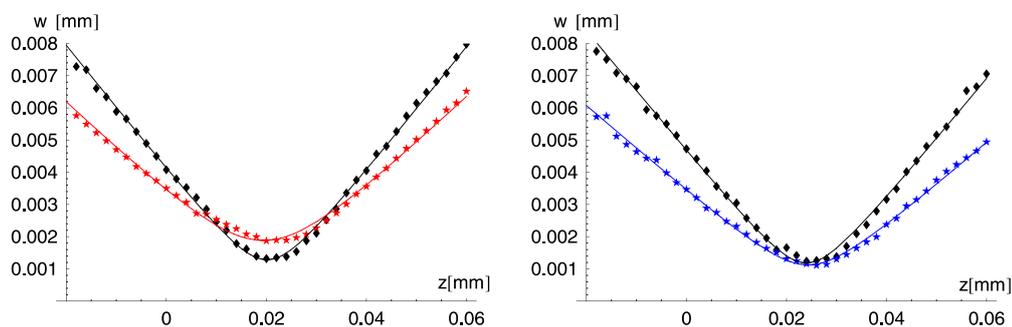


Abbildung 3.6: Gemessene Waists  $w(z)$  in Abhängigkeit von der  $z$ -Position für die drei Wellenlängen:  $780\text{nm}$  (schwarz),  $850\text{nm}$  (rot, linkes Bild),  $473\text{nm}$  (blau, rechtes Bild). Die durchgezogenen Linien zeigen jeweils einen least-square-Fit der Messwerte nach Gleichung 3.7. Die Messung wurde aufgenommen, nachdem die drei Foki überlagert wurden.

Wellenlänge	$z_0$	$x_0$	$w_0$	$M^2$
$780\text{nm}$	0	0	$1.19 \pm 0.04\mu\text{m}$	$1.01 \pm 0.02$
$856\text{nm}$	$-0.7 \pm 0.2\mu\text{m}$	$+0.20 \pm 0.05\mu\text{m}$	$1.94 \pm 0.03\mu\text{m}$	$1.04 \pm 0.01$
$473\text{nm}$	$+0.3 \pm 0.2\mu\text{m}$	$-0.40 \pm 0.006\mu\text{m}$	$1.13 \pm 0.03\mu\text{m}$	$1.01 \pm 0.01$

Tabelle 3.1: Charakteristik der Foki von Dipolfalle, Detektions- und Ionisationsoptik. Die Position des Fokus der Detektionsoptik ist hier definiert zu 0.

3.6 sind die gemessenen Werte  $w(z)$  und der dazugehörige Fit nach Gleichung 3.7 dargestellt. Die Messung wurde aufgenommen, nachdem die drei Foki überlagert wurden. In Tabelle 3.1 sind die Positionen  $z_0$  und  $x_0$  sowie der Waist im Fokus,  $w_0$  und der Parameter  $M^2$  für alle drei Optiken dargestellt. Die Überlagerung der Strahlen vor dem Objektiv mithilfe der CCD-Kamera garantiert somit einen Abstand der Foki in  $x$ -Richtung um weniger gleich  $0.6\mu\text{m}$ . Durch Änderung der Divergenz von Dipolfallenlaser und Ionisationslaser wurde ein Abstand der Foki in  $z$ -Richtung um weniger gleich  $1.5\mu\text{m}$  erreicht. Die ermittelten Werte für  $M$  zeigen, dass im Bereich des Fokus der Anteil höherer Moden vernachlässigbar ist.

Nach der hier vorgestellten Prozedur zum Überlappen der Foki, wird Anstelle des Justiertlasers eine APD am Ausgang der Faser der Detektionsoptik positioniert (Abbildung 3.3). Im nächsten Abschnitt wird vorgestellt, wie nach der Positionierung des Fokus des gesamten Aufbaus am Ort der MOT, einzelne Atome in der Dipolfalle beobachtet werden können.

### 3.3 Beobachtung einzelner Atome

In diesem Abschnitt wird gezeigt, wie mit der Detektionsoptik einzelne Atome in der Dipolfalle beobachtet werden können. Desweiteren wird vorgestellt, mit welchen Parametern sich möglichst lange und möglichst häufig Atome in der Dipolfalle befinden. Abschließend soll die in Abschnitt 3.1.2 vorgestellte Theorie zur Beschreibung des Ladevorgangs mit der vorliegenden Dipolfalle verifiziert werden.

#### 3.3.1 Fluoreszenzlicht von einzelnen Atomen

Wird der Fokus des Aufbaus der Dipolfalle im Mittelpunkt der MOT platziert, so werden einzelne Atome in die Falle geladen. Die Atome in der Dipolfalle sind dem Lichtfeld der MOT-Strahlen der Wellenlänge  $\lambda = 780nm$  ausgesetzt. Dieses Licht ist resonant zu Übergängen der  $D_2$ -Linie und wird vom Atom gestreut. Ein Atom in der Dipolfalle streut somit Photonen der Wellenlänge 780nm. Ein Teil dieser Photonen wird durch die Detektionsoptik aufgesammelt und von der APD detektiert. In Abbildung 3.7 ist die Anzahl der von der APD in 100ms detektierten einzelnen Photonen in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt. Wird ein Atom in die Falle geladen, steigt die Zählrate sprunghaft von der Hintergrundzählrate auf einen wesentlich höheren Wert an. Über die Zählrate lässt sich somit beurteilen, ob sich ein Atom in der Falle befindet oder nicht. Die Existenz von zwei Atomen wäre an einem weiteren sprunghaften Anstieg der Zählrate zu erkennen. Wie im Abschnitt 3.3.3 gezeigt wird, wird jedoch bis zu einer Laderate  $R = 5\frac{1}{s}$  aufgrund von Lichtinduziertenzweikörperstößen nur maximal ein Atom in die Falle geladen.

Die in Abbildung 3.7 dargestellte Zählrate wurde über einen längeren Zeitraum gemessen und histogrammiert (Abbildung 3.8). Die Hintergrundzählrate ist auf die Dunkelzählrate der APD sowie auf Streulicht zurückzuführen. Diese ist, wie im Anschluss erklärt wird, normal verteilt und verursacht ein erstes Maximum bei  $N_0 = 58\frac{1}{100ms}$  mit einer Standardabweichung  $\sigma_0 = 15.8\frac{1}{100ms}$ . Die Fluoreszenzrate eines einzelnen Atoms in der Dipolfalle ist ebenfalls normal verteilt und erzeugt ein zweites Maximum bei  $N_1 = 823\frac{1}{100ms}$  mit einer Standardabweichung  $\sigma_0 = 39.5\frac{1}{100ms}$ . Die Tatsache, dass sowohl die Hintergrund Zählrate, als auch die Fluoreszenz eines Atoms in der Falle, nicht poissonverteilt sind, wie in [13] beobachtet, ist auf mechanische Drifts des gesamten Aufbaus über einen längeren Zeitraum (min-h) zurückzuführen. Im vorliegenden Aufbau kann die Floreszenzrate eines einzelnen Atoms in diesem Zeitraum im Bereich von  $600 - 800\frac{1}{100ms}$  schwanken. Um zu unterscheiden ob sich ein Atom in der Falle befindet oder nicht, müssen die beiden Maxima bei  $N_0$

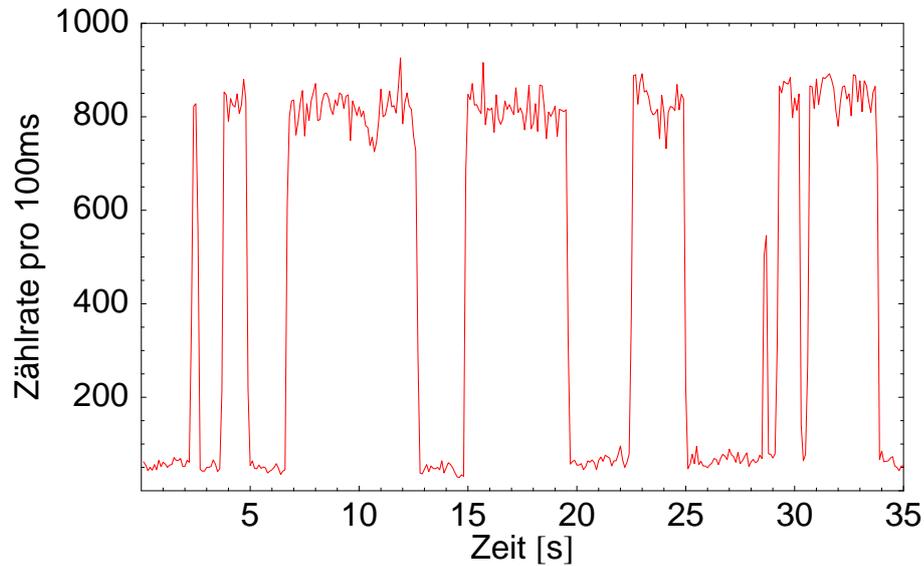


Abbildung 3.7: Zählrate der APD pro 100ms in Abhängigkeit von der Zeit. Ein sich in der Falle befindendes Atom streut Licht der MOT Strahlen. Das Laden eines Atoms führt somit zu einem sprunghaften Anstieg der Zählrate.

und  $N_1$  noch gut unterscheidbar sein, und dürfen nicht überlappen. Im vorliegenden Aufbau ist dies bei einer Integrationszeit des APD Signals von  $10\text{ms}$  gut möglich (siehe Abbildung 3.10 bei den Laderaten  $R = 0.07$  und  $R = 0.83$ ).

### 3.3.2 Lebensdauer und Tast-Verhältnis

Für den Nachweis einer Atom-Photon Verschränkung ist eine hohe Repetitionsrate des Experiments notwendig. Für den Nachweis der Verschränkung in einer sinnvollen Messzeit ist es deshalb erforderlich, dass sich möglichst lange und möglichst häufig Atome in der Dipolfalle befinden. Die hierfür ausschlaggebend Parameter sind die Lebensdauer der Atome in der Falle und das so genannte Tast-Verhältnis. Dieses ist das Verhältnis der Zeit in der sich Atome in der Falle befinden zur gesamten Messzeit. Die Lebensdauer eines Atoms wird durch lichtinduzierte Zwei-Körper-Stöße und Stöße mit Atomen des Hintergrundgases beschränkt. Die Wahrscheinlichkeit  $P$ , dass ein Atom die Zeit  $t$  in der Falle bleibt kann nach [33] durch,

$$P(t) = P_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{t_0}\right), \quad (3.8)$$

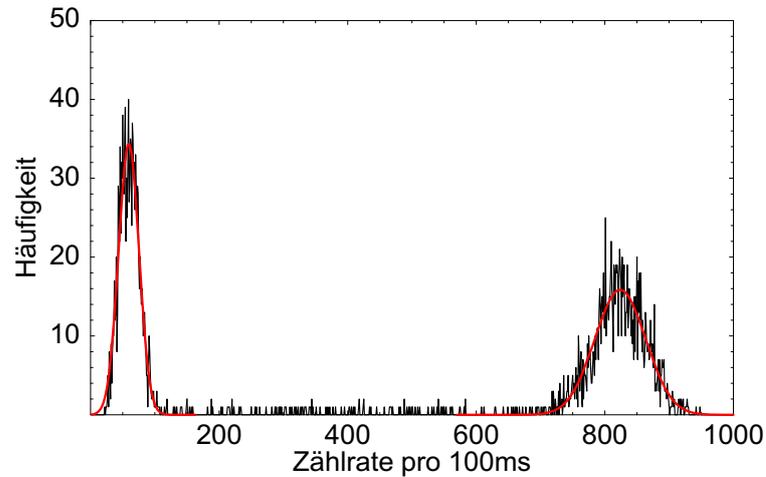


Abbildung 3.8: Histogramm der Photonen Zählrate der Messung aus Abbildung 3.7. Die Zählraten des Hintergrundes und der Floreszens eines Atoms sind normal verteilt.

mit der  $\frac{1}{e}$ -Lebenszeit  $t_0$  beschrieben werden. Sowohl die Lebensdauer als auch das Tast-Verhältnis hängen von der Dichte der MOT, und somit von der Stärke des magnetischen Quadrupolfelds ab. Für eine MOT hoher Dichte ist das Tast-Verhältnis gut ( $\sim 50\%$ ) jedoch die Lebensdauer gering ( $t_0 = 0.4s$ ), während für geringe Dichten das Tast-Verhältnis ( $\sim 18\%$ ) gering und die Lebensdauer ( $t_0 = 2.6s$ ) verhältnismäßig lange ist. Beide Parameter werden jedoch optimal, wenn die MOT gepulst betrieben wird. Hierbei wird diese mit einem starken Magnetfeld betrieben, solange sich kein Atom in der Falle befindet. Die Dichte der MOT und somit die Wahrscheinlichkeit ein Atom zu laden ist hierdurch im Vergleich zu einer sogenannten optischen Molase<sup>13</sup> relativ hoch. Sobald ein Atom in die Falle geladen wird, wird das magnetische Quadrupolfeld der MOT abgeschaltet. Die Dichte der kalten Atomwolke und somit die Wahrscheinlichkeit für den Verlust des Atoms aus der Falle durch einen lichtinduzierten Zweikörperstoß wird hierdurch stark reduziert. Mit den in Tabelle 3.2 aufgeführten experimentellen Parametern für die MOT in gepulstem Betrieb und die Dipolfalle kann eine  $\frac{1}{e}$ -Lebenszeit  $t_0 = 3.92s \pm 0.04s$  (Abbildung 3.9) und ein Tastverhältnis von 78% erreicht werden. Hieraus lässt sich schließen, dass bei diesen Einstellungen die mittlere Zeit zum Laden eines Atoms circa 1.1s beträgt.

In diesem und im vorherigen Abschnitt wurde gezeigt, dass es mit der im Experiment verwendeten Dipolfalle möglich ist nur einzelne Atome in die Falle zu laden und diese

<sup>13</sup>Entspricht einer MOT ohne magnetischem Quadrupolfeld

Intensität Kühllaser (Horizontal/Vertikal Strahlen)	H: $10.6 \frac{mW}{cm^2}$ , V: $9.1 \frac{mW}{cm^2}$
Verstimmung Kühllaser	-20 MHz
Intensität Rückpump Laser (Horizontal/Vertikal Strahlen)	H: $1.1 \frac{mW}{cm^2}$ , V: $1.5 \frac{mW}{cm^2}$
Verstimmung Rückpump Laser	-14 MHz
Spulenstrom der MOT- Quadrupolspulen	2.1 A
Magnetfeldgradient in der MOT	14 Gauss/cm
Leistung des Dipolfallenlasers im Fokus	15 mW
Druck in der Vakuumkammer	$3 \cdot 10^{-10} mbar$
Dispenserstrom	3.5 A

Tabelle 3.2: Experimentelle Parameter für die MOT im gepulsten Betrieb und die Dipolfalle, bei welchen eine lange mittlere Lebensdauer  $t_0 = 3.92s \pm 0.04s$  und ein Tastverhältnis von 78% erreicht wurde.

auch längere Zeit in der Falle zu halten. Im nächsten Abschnitt wird basierend auf der in Abschnitt 3.1.2 vorgestellten Theorie, die Anzahl der Atome in der Falle während des Ladevorgangs genauer untersucht.

### 3.3.3 Messung von Atom-Zahlen-Statistiken

In Abschnitt 3.1.2 ist erklärt, welche Verlustprozesse während des Ladevorgangs eine Rolle spielen. Es zeigt sich, dass für ausreichend kleine Fallenvolumina bis zu einer bestimmten Laderate nicht mehr als ein Atom in die Falle geladen wird. Im vorliegenden Experiment kann die Laderate der Dipolfalle erhöht werden, indem über den MOT-Spulenstrom die Dichte der MOT erhöht wird. In Abbildung 3.10 ist das Histogramm der Fluoreszenz für verschiedene Spulenströme  $I$  der Quadrupolspulen, und den sich jeweils ergebenden Laderaten  $R$  dargestellt. Der Spulenstrom und somit die Dichte der MOT ist bei jeder dieser Messungen konstant. Bei den Histogrammen in Abbildung 3.10 lassen sich zwei Maxima erkennen, welche keinem beziehungsweise einem Atom in der Falle zugeordnet werden. Mit zunehmender Laderate erhöht sich die Breite dieser Maxima. Es ist ersichtlich, dass bis zu einer Laderate  $R = 4.91 \frac{1}{s}$  nicht mehr als ein Atom in die Falle geladen wird. Für  $R = 9.17 \frac{1}{s}$  zeigt der Anteil von mehr als 75 Photonen/10ms, dass sich für kurze Zeiträume auch mehr als ein Atom in der Falle befinden können. Da diese Zeiträume jedoch kürzer als die Integrationszeit von 10ms der detektierten Photonen sind, bildet sich kein diskretes drittes Maximum im Bereich von 100 detektierten Photonen pro 10ms.

Die gemessenen Photonenanzahl-Histogramme können durch numerische Integration in Balken-Histogramme umgewandelt werden. In diesen ist die Wahrscheinlichkeit für die Exis-

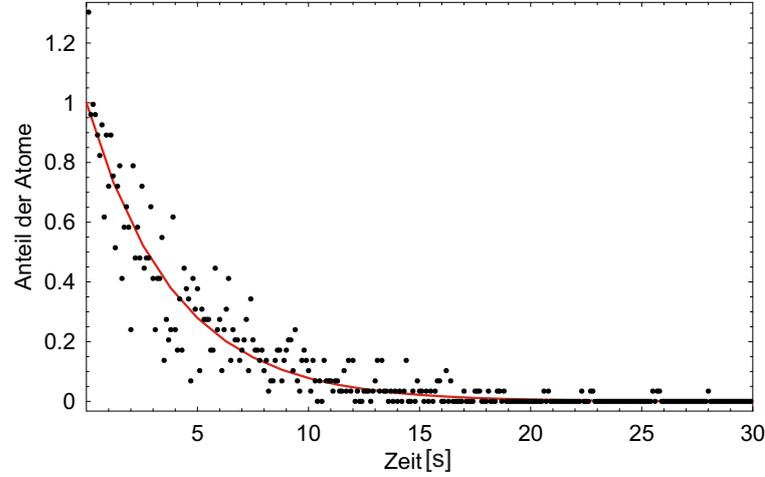


Abbildung 3.9: Die schwarzen Punkte zeigen die normierte Häufigkeit für eine bestimmte Lebenszeit. Die rote Linie ist ein exponentieller least-square-Fit an die Daten nach Gleichung 3.8 mit der mittleren Lebensdauer  $t_0 = (3.92 \pm 0.04)s$ .

tenz von  $N$  Atomen in der Falle dargestellt. Die gemessenen Balken-Histogramme für die jeweilige Laderate können mit Atomzahlenverteilungen verglichen werden, die über einen "Markov Prozess" nach Gleichung 3.5 berechnet sind (Abbildung 3.11) [13]. Für diese Berechnungen wird der Parameter  $\gamma = 0.2 \frac{1}{s}$  gewählt, da für den während den Messungen herrschenden Hintergrundgasdruck eine maximale mittlere Lebensdauer von  $5s$  beobachtet werden kann. Der Parameter  $\beta'_L$  kann nach Gleichung 3.4 berechnet werden. Da jedoch weder die Temperatur  $T$  des Atoms, noch der volumenunabhängige Zweikörperverlustkoeffizient  $\beta_L$  bekannt sind, wird  $\beta'_L = 17.9 \frac{1}{s}$  gewählt, da für diese Wahl die berechneten Balken-Histogramme mit den gemessenen in guter Übereinstimmung liegen. Unter der Annahme  $\beta_L = 3 \cdot 10^{-10}$  [13], und den Parametern der verwendeten Falle,  $U_0 = 1.5mK$  und  $w_0 = 1.9\mu m$ , entspricht dies nach Gleichung 3.4 einer Temperatur von  $T = 300\mu K$  des Atoms in der Falle.

Die gemessenen Atomzahl-Verteilungen und insbesondere die mittleren Atomzahlen  $\langle N \rangle$  stimmen für die verschiedenen Laderaten weitestgehend mit den berechneten Atomzahlenverteilungen überein. Die mit der im Experiment verwendeten Dipolfalle gemessenen Atomzahlen Verteilungen bestätigen somit, dass der Ladevorgang durch Gleichung 3.5 beschrieben werden kann. Wie von N. Schlosser in [36] beobachtet, ergibt sich für  $R \leq \frac{\gamma}{2} = 0.1 \frac{1}{s}$  ein Regime schwacher Ladung. In diesem ist die Atomzahlen-Verteilungen näherungsweise eine Poisson-Verteilung und es befinden sich entweder ein, meist jedoch

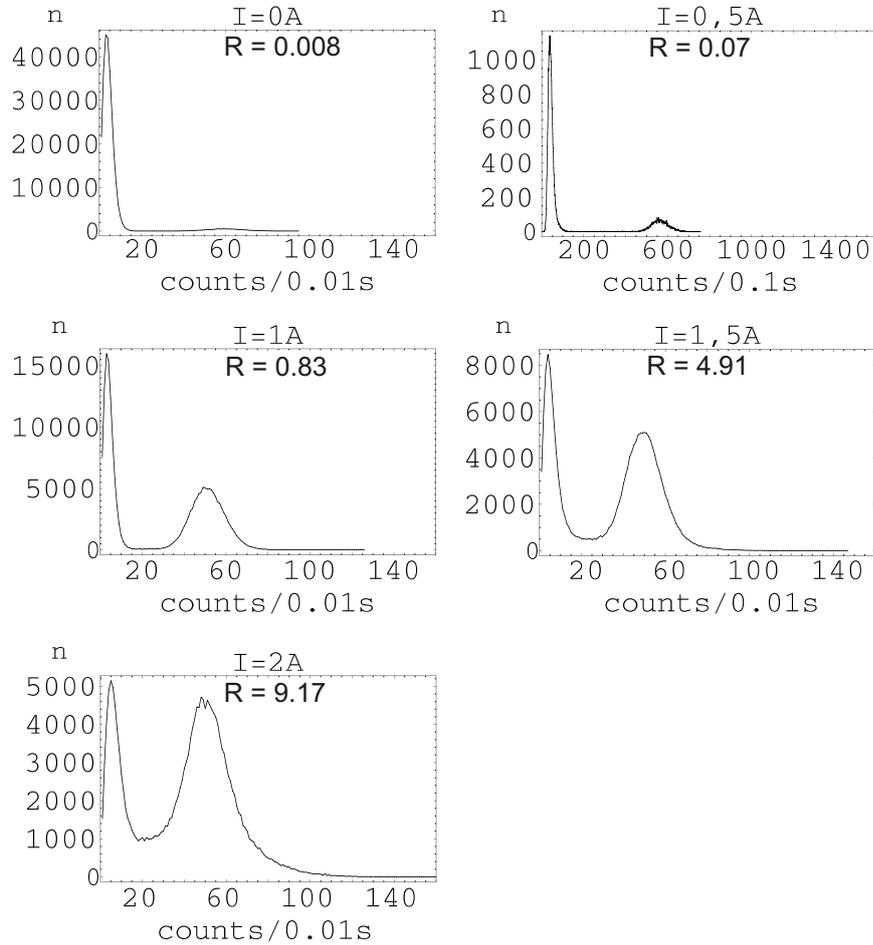


Abbildung 3.10: Histogramm der Anzahl detektierter Photonen in  $10ms$  (b.z.w.  $100ms$  bei  $I = 0.5A$ ). Die beiden Maxima werden keinem beziehungsweise einem Atom in der Falle zugeordnet. Mit zunehmender Laderate erhöht sich die Breite dieser Maxima. Bis zu einer Laderate  $R = 4.91 \frac{1}{s}$  werden nur einzelne Atome in der Falle beobachtet. Für  $R = 9.17 \frac{1}{s}$  ist an dem Anteil von mehr als 75 Photonen/10ms ersichtlich, dass sich für kurze Zeiträume auch mehr als ein Atom in der Falle befinden können. Die Laderaten  $R$  sind in der Abbildung stets in der Einheit  $\frac{1}{s}$  angegeben.

kein Atom in der Falle. Für die Laderaten  $\frac{\gamma}{2} = 0.1 \frac{1}{s} < R < \frac{\beta'_L}{4} = 4.5 \frac{1}{s}$  lässt sich ein Blockade-Regime identifizieren. In diesem führt das Laden eines zweiten Atoms aufgrund von Licht induzierten Zweikörperstößen zum sofortigen Verlust beider Atome aus der Falle, und die mittlere Atomzahl liegt im Bereich von 0.5. Aufgrund des in diesem Regime auftretenden Blockade-Effekts ist es möglich effizient einzelne Atome in die Falle zu laden. Für  $R > 4.5 \frac{1}{s}$  lässt sich ein Regime starker Ladung identifizieren, in welchem sich für kurze Zeiträume auch mehr als ein Atom in der Falle befindet und die mittlere Atomzahl den Wert 0.5 überschreitet. Im Regime starker Ladung vor allem jedoch im Blockade-Regime entsprechen die Atomzahlenverteilungen keiner Poisson-Verteilung.

In Abbildung 3.12 ist der berechnete Mittelwert von  $N$  in Abhängigkeit von  $R$  für die Parameter der verwendeten Falle  $\beta'_L = 17.9 \frac{1}{s}$  und  $\gamma = 0.2 \frac{1}{s}$ , so wie der experimentell bestimmte Mittelwert von  $N$  dargestellt. Die Übereinstimmung der gemessenen und berechneten Werte für  $\langle N \rangle$  liegt im Bereich der Fehler<sup>14</sup> und bestätigt somit die in Abschnitt 3.1.2 vorgestellte Theorie zur Beschreibung des Ladevorgangs. Im Blockade-Regime ist die mittlere Atomzahl im Bereich von 0.5. Es muss jedoch ergänzt werden, dass sich die drei Regime nicht so eindeutig voneinander unterscheiden lassen, wie von N. Schlosser mit einer wesentlich kleineren Dipolfalle beobachtet. Der Grund hierfür liegt darin, dass die Verluste durch lichtinduzierte Zweikörperstöße sich bei kleineren Dipolfallen stärker bemerkbar machen.

### 3.4 Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Kapitel wurde der Aufbau einer optischen Dipolfalle mit Detektionsoptik vorgestellt. Mithilfe der beschriebenen Justagekriterien konnte ein Überlapp des Fokus der Dipolfalle ( $w_0 = 1.9 \mu m$ ) mit dem Fokus der Detektionsoptik ( $w_0 = 1.2 \mu m$ ) hergestellt werden. Mit diesem Aufbau konnte aufgrund des Blockade-Effekt einzelne Atome in der Dipolfalle mit einer mittleren Lebensdauer von 3.9s und einem Tastverhältnis von 78% beobachtet werden. Die Theorie zur Beschreibung des Ladevorgangs wurde mit der verwendeten Dipolfalle bestätigt. Verluste durch lichtinduzierte Zweikörperstöße waren hierbei so dominant, dass ein Blockade-Regime beobachtet werden konnte. Nichtsdestotrotz ist es im Regime starker Ladung auch möglich für kurze Zeiträume mehrere Atome in dem verhältnismäßig kleinen Volumen der verwendeten Dipolfalle zu lokalisieren.

<sup>14</sup>Die Fehler sind abgeschätzt, in dem bei der numerischen Integration der Photonen Histogramme unterschiedliche Integrations-Grenzen verwendet werden.

### 3 Einzelatom-Falle

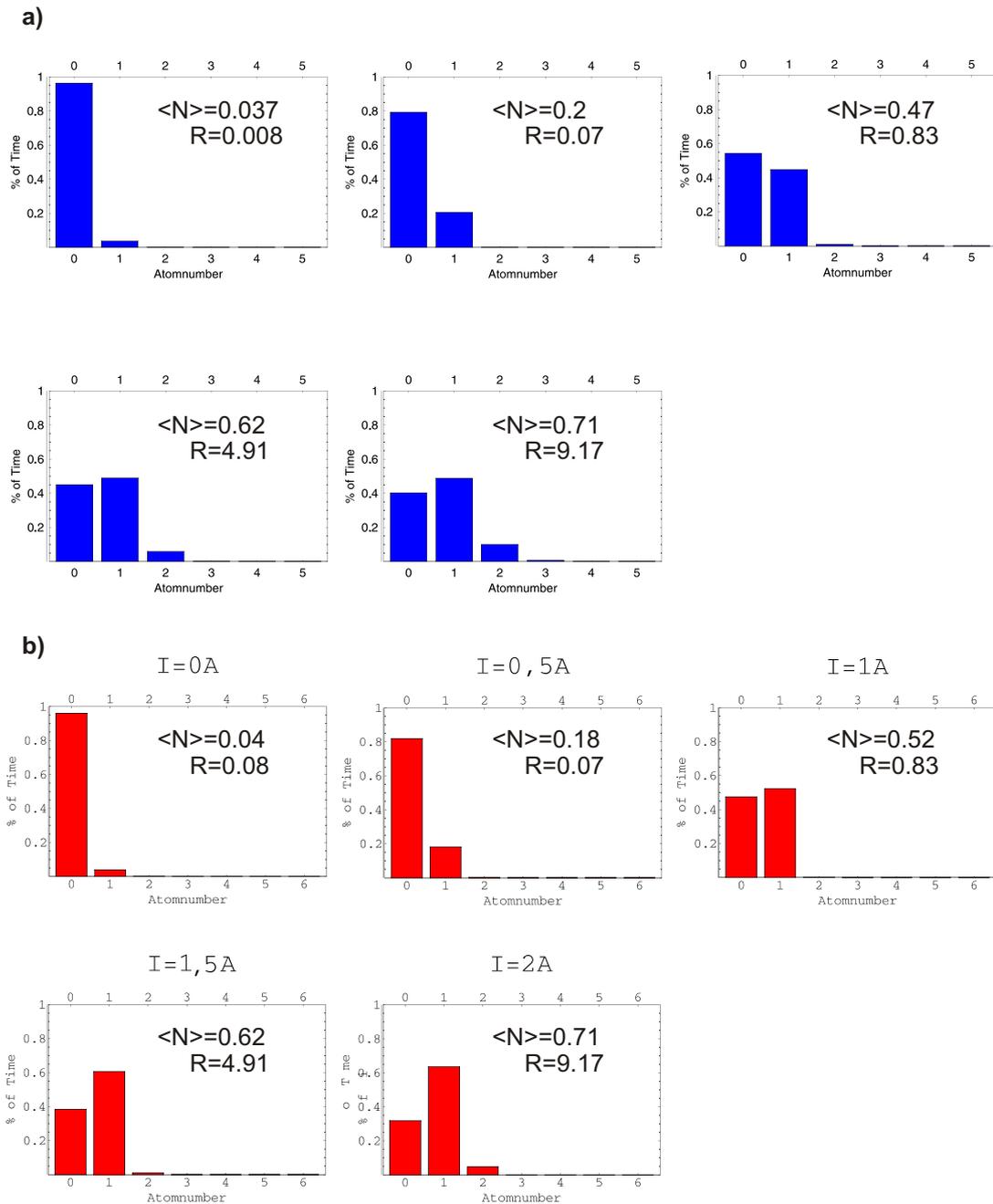


Abbildung 3.11: a) Über einen "Markov Prozess" mit  $\beta'_L = 17.9 \frac{1}{s}$  und  $\gamma = 0.2 \frac{1}{s}$  berechnete Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Anzahl der Atome in der Falle und deren Mittelwert  $\langle N \rangle$  für verschiedene Laderaten. b) Gemessene Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Anzahl der Atome in der Falle und deren Mittelwert  $\langle N \rangle$  für verschiedene Laderaten  $R$ . Für  $R < 4.91 \frac{1}{s}$  befindet sich nur ein oder kein Atom in der Falle. Die Laderaten  $R$  sind in der Abbildung stets in der Einheit  $\frac{1}{s}$  angegeben.

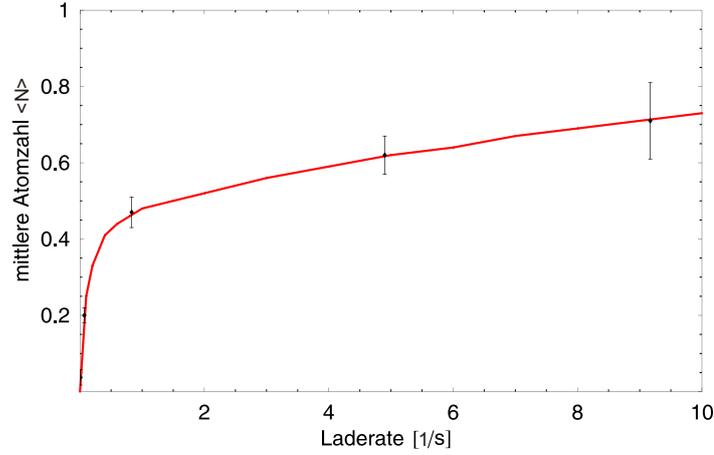


Abbildung 3.12: Gemessene Mittlere Atomzahl  $\langle N \rangle$  für die behandelten Laderaten. Die theoretisch bestimmte mittlere Atomzahl  $\langle N \rangle$  in Abhängigkeit von der Laderate  $R$  für  $\beta'_L = 17.9 \frac{1}{s}$  und  $\gamma = 0.2 \frac{1}{s}$  ist rot dargestellt. Im Bereich  $\frac{\gamma}{2} = 0.1 \frac{1}{s} < R < \frac{\beta'_L}{4} = 4.5 \frac{1}{s}$  liegt das Blockade-Regime. Der Übergang zwischen den drei Regimen ist jedoch fließend.

Da für die geplante Bell-Zustands-Analyse von beiden Atomen gleichzeitig verschränkte Photonen benötigt werden, ist der Anteil der vom jeweiligen Atom aufgesammelten verschränkten Photonen ein für die Erzeugung einer Atom-Atom Verschränkung kritischer Parameter. Mit dem vorgestellten Aufbau ist es möglich  $6000 - 8000 \frac{1}{s}$  vom Atom emittierte Photonen zu detektieren. Mit dem bereits bestehenden Aufbau zur Atom-Photon Verschränkung können bis zu  $2300 \frac{1}{s}$  vom Atom emittierte Photonen und bis zu  $0.12\%$ <sup>15</sup> der mit dem Atom verschränkten Photonen detektiert werden. Somit ist zu erwarten, dass mit der vorgestellten Dipolfalle mit Detektionsoptik ungefähr  $0.3\%$  der mit dem Atom verschränkten Photonen detektiert werden können. Dies entspräche einer Verbesserung um ungefähr einen Faktor 3 und würde in Kombination mit dem Tastverhältnis und der mittleren Lebensdauer der Atome in der vorgestellten Dipolfalle die experimentellen Voraussetzungen zur Erzeugung einer Atom-Atom Verschränkung schaffen. In Kapitel 5 wird noch einmal aufgegriffen, wieviele vom Atom emittierte, verschränkte Photonen detektiert werden können, und ob die Erzeugung von verschränkten Atom-Atom Paaren hierdurch experimentell realisiert werden kann.

<sup>15</sup>Dieser Prozentsatz bezieht sich darauf, in wieviel Prozent der Fälle nach der Präparation des Atoms in dem Zustand  $F' = 1$ ,  $m = 0$  ein Photon detektiert wird. Nach Abschnitt 2.3.3 sind diese Photonen mit dem Atom verschränkt.

## 4 Zeeman-Zustandsdetektion

Im vorherigen Kapitel wurde gezeigt, wie ein einzelnes Atom lokalisiert und von diesem emittiertes Licht aufgesammelt werden kann. In Abschnitt 2.3.3 wurde erklärt, wie über den spontanen Zerfall eine Verschränkung der Drehimpulse des Atoms und des emittierten Photons generiert werden kann [33]. Zum Nachweis der Verschränkung ist eine Messung der Drehimpulse des Atoms und des Photons in verschiedenen Raumrichtungen notwendig. Die Messung des Photonen Drehimpulses wird durch die Analyse der Polarisation des Photons durch einen polarisierenden Strahlteiler und zwei APDs realisiert. Mithilfe einer  $\lambda/4$  und einer  $\lambda/2$ -Platte vor dem Strahlteiler lässt sich der Polarisationszustand und somit der Drehimpulszustand des Photons in beliebigen Basen messen (siehe Abschnitt 2.3.3)[21]. Die Messung des atomaren Drehimpulses wird durch die Kombination eines Zeeman-zustandselektiven Transfers mit einer Hyperfein-Zustandsdetektion realisiert.

**Hyperfein-Zustandsdetektion:** Bei der Hyperfein-Zustandsdetektion wird der atomare Zustand auf die Hyperfein-Zustände  $5^2S_{\frac{1}{2}}, F = 1$  und  $5^2S_{\frac{1}{2}}, F = 2$  projiziert. Hierzu wird auf das Atom für eine Zeitdauer von circa  $10\mu s$  ein zum Übergang  $5^2S_{\frac{1}{2}}, F = 2 \rightarrow 5^2P_{\frac{3}{2}}, F' = 3$  resonanter Laser gestrahlt. Dieses Licht wird nur dann vom Atom resonant absorbiert, wenn sich dieses im Zustand  $F = 2$  befindet. Der hiermit verbundene Impulsübertrag führt zum Verlust des Atoms aus der Falle. Befindet sich das Atom nach den  $10\mu s$  noch in der Falle, entspricht dies somit der Detektion des atomaren Zustands  $F = 1$ , während der Verlust des Atoms dem Zustand  $F = 2$  zugeordnet wird. Im vorliegenden Experiment kann hierdurch der Hyperfein-Zustand des Atoms mit über 92% Wahrscheinlichkeit [33] richtig bestimmt werden. Eine ausführliche Beschreibung der im Experiment verwendeten Hyperfein-Zustandsdetektion findet sich in [33]. Um zu unterscheiden ob das Atom in der Falle ist oder nicht muss das Fluoreszenzlicht für mehrere Millisekunden<sup>1</sup> beobachtet werden. Das hier vorgestellte Verfahren ist somit verhältnismäßig langsam und soll

---

<sup>1</sup>In Abbildung 3.10 ist zu erkennen, dass für eine Integrationszeit von 10ms noch gut unterschieden werden kann ob sich ein Atom in der Falle befindet oder nicht.

in Zukunft durch eine vergleichsweise wesentlich schnellere Hyperfein-Zustandsdetektion mittels Ionisation ersetzt werden [38].

**Zeeman-zustandsselektiver Transfer:** Der Zeeman-zustandsselektive Transfer ermöglicht es mithilfe einer so genannten "stimulierten Raman adiabatischen Passage"(STIRAP) [16, 17, 18] bestimmte Linearkombinationen der Zustände  $|F = 1, m = -1\rangle, |F = 1, m = +1\rangle$  in den Hyperfein-Zustand  $5^2S_{\frac{1}{2}}, F = 2$  zu transferieren [26, 40]. Der zu dieser Linearkombination orthogonale Zustand bleibt im Hyperfein-Zustand  $5^2S_{\frac{1}{2}}, F = 1$ . Zusammen mit der Hyperfein-Zustandsdetektion erlaubt dies die Messung des atomaren Zustandes in beliebigen Basen des durch die Zustände  $|F = 1, m = -1\rangle, |F = 1, m = +1\rangle$  erzeugten Zustandsraums [14].

Im folgenden Kapitel wird zunächst erklärt, wie über zwei auf das Atom eingestrahlte Lichtpulse ein Zeeman-Superpositionszustand im Hyperfein-Niveau  $F = 1$  in das Niveau  $F = 2$  transferiert werden kann. Hierbei wird auch die Effizienz des Transfers in Abhängigkeit von der Intensität und der relativen Frequenz der beiden Lichtpulse theoretisch untersucht. Desweiteren wird kurz der experimentelle Aufbau zur Erzeugung der Lichtpulse vorgestellt. Abschließend wird diskutiert, inwieweit Schwankungen in der Frequenz beziehungsweise der Phase der beiden Lichtpulse, zu einer Abnahme der Transfereffizienz führen.

## 4.1 Theorie

Im folgenden Abschnitt wird zunächst am Beispiel eines Drei-Niveau-Systems eine kurze Einführung in kohärente Dunkelzustände und die STIRAP Technik gegeben. Aufbauend hierauf wird dargestellt wie, für  $^{87}\text{Rb}$  Atome mithilfe der STIRAP Technik, eine Superposition der Zustände  $|F = 1, m = -1\rangle$  und  $|F = 1, m = +1\rangle$  im Hyperfein-Niveau  $F = 1$  in das Niveau  $F = 2$  transferiert werden kann. Abschließend wird die Abhängigkeit der Effizienz des Zeeman-zustandsselektiven Transfers von der relativen Frequenz und den Intensitäten der Lichtpulse diskutiert.

### 4.1.1 Kohärente Dunkelzustände

Atomare Zustände, die nicht an das eingestrahlte Lichtfeld koppeln, werden als Dunkelzustände bezeichnet. Es gibt verschiedene Ursachen für eine vernachlässigbare Kopplung

des Lichtfelds an die optischen Übergänge des Dunkelzustandes und den möglichen angeregten Zuständen. Es existieren Dunkelzustände, die darauf zurückzuführen sind, dass das eingestrahlte Lichtfeld nicht resonant zu den optischen Übergängen ist, oder optische Übergänge sind aufgrund der Auswahlregeln (siehe 2.3.2) nicht möglich. So genannte kohärente Dunkelzustände können anhand eines Drei-Niveau-Systems mit zwei Grundzuständen  $|a\rangle$  und  $|b\rangle$ , sowie einem angeregten Zustand  $|e\rangle$  veranschaulicht werden. Hierzu wird das Drei-Niveau-System zwei kohärenten, zu den Übergängen  $|a\rangle \rightarrow |e\rangle$  und  $|b\rangle \rightarrow |e\rangle$  näherungsweise resonanten Lichtfeldern mit den Rabi-Frequenzen  $\Omega_a$  und  $\Omega_b$  ausgesetzt (Abbildung 4.1). Der Zustand des Drei-Niveau-Systems im Wechselwirkungsbild (WB) ist definiert durch,

$$|\Psi(t)\rangle = c_a(t) |a'\rangle + c_b(t) |b'\rangle + c_e(t) |e'\rangle \equiv \begin{pmatrix} c_a(t) \\ c_b(t) \\ c_e(t) \end{pmatrix}$$

mit den zeitabhängigen Amplituden  $c_a(t)$ ,  $c_b(t)$  und  $c_e(t)$ . Die Zustände  $|a'\rangle$ ,  $|b'\rangle$  und  $|e'\rangle$  sind die Zustände  $|a\rangle$ ,  $|b\rangle$  und  $|e\rangle$  im WB. In dieser Basis kann der Hamilton-Operator, der die Wechselwirkung mit den zwei Lichtfeldern beschreibt, durch Anwendung der RWA vereinfacht werden, und ergibt sich zu:

$$H_{int}(t) = -\frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \Omega_a e^{-i\Delta_a t} \\ 0 & 0 & \Omega_b e^{-i(\Delta_b t + \phi)} \\ \Omega_a e^{i\Delta_a t} & \Omega_b e^{i(\Delta_b t + \phi)} & 0 \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

Der Parameter  $\phi$  beschreibt die relative Phase der beiden Lichtfelder  $\Omega_a$  und  $\Omega_b$ , die Parameter  $\Delta_a$  beziehungsweise  $\Delta_b$  beschreiben die Verstimmung dieser bezüglich der Übergangsfrequenzen  $\omega_a$  und  $\omega_b$ . Für  $\Delta_a = 0$  und  $\Delta_b = 0$  ergeben sich für den Hamilton-Operator  $H_{int}$  drei Eigenzustände. Wie sich leicht verifizieren lässt, ist der Eigenzustand zum Eigenwert 0 gegeben durch,

$$|\Psi_D(t)\rangle = \frac{\Omega_b}{\Omega_{eff}} |a'\rangle - e^{i\phi} \frac{\Omega_a}{\Omega_{eff}} |b'\rangle, \quad (4.2)$$

mit der effektiven Rabi-Frequenz:

$$\Omega_{eff} = \sqrt{\Omega_a^2 + \Omega_b^2}.$$

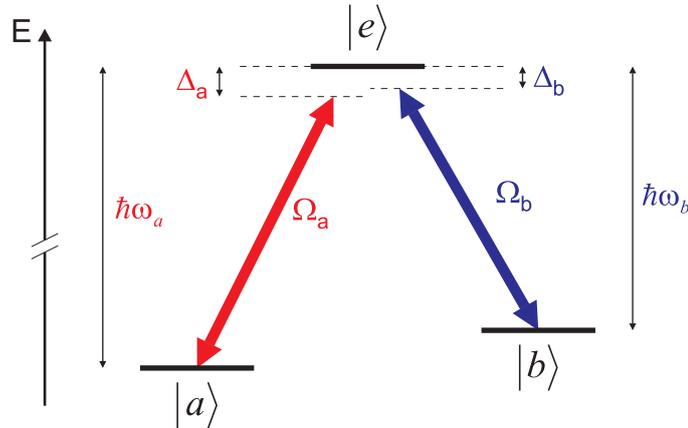


Abbildung 4.1: Drei-Niveau-System mit zwei Grundzuständen  $|a\rangle$  und  $|b\rangle$ , so wie einem angeregten Zustand  $|e\rangle$ . Die Frequenzen der beiden Lichtfelder  $\Omega_a$  und  $\Omega_b$  sind um  $\Delta_a$  beziehungsweise  $\Delta_b$  leicht verstimmt bezüglich den Übergangsfrequenzen  $\omega_a$  und  $\omega_b$  [14].

Dieser Eigenzustand setzt sich nur aus den beiden Grundzuständen  $|a'\rangle$  und  $|b'\rangle$  zusammensetzt und ist somit stabil bezüglich des spontanen Zerfalls.

Für  $\Delta_a = 0$  und  $\Delta_b = 0$  und solange die Parameter  $\Omega_a$ ,  $\Omega_b$  und  $\phi$  sich nicht mit der Zeit ändern ist  $H_{int}(t)$  zeitunabhängig. Die Zeitentwicklung ist im Wechselwirkungsbild gegeben durch:

$$\frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle = H_{int} |\Psi(t)\rangle$$

Befindet sich in diesem Fall das System im Eigenzustand  $|\Psi_D\rangle$ , so verbleibt das System während der gesamten Zeit aufgrund der Zeitunabhängigkeit von  $H_{int}$  in diesem Zustand [17]. Die beiden Lichtfelder führen in diesem Fall aufgrund von destruktiver Interferenz der Anregungsamplituden zu keiner Anregung des Drei-Niveau-Systems [13]. Da die Existenz dieser Art von Dunkelzuständen auf einer festen Phasenbeziehung  $\phi$  der Lichtfelder  $\Omega_a$  und  $\Omega_b$  beruht, werden diese als kohärente Dunkelzustände bezeichnet [14]. Auf einen zeitabhängigen Fall  $\Omega_a(t)$  und  $\Omega_b(t)$  wird im nächsten Abschnitt eingegangen. Der Fall  $\Delta_{ab} \neq 0$  wird in Abschnitt 4.1.5 diskutiert.

### 4.1.2 Adiabatischer Transfer über kohärente Dunkelzustände

Der im vorherigen Abschnitt vorgestellte kohärente Dunkelzustand ist durch die Intensitäten<sup>2</sup> sowie die relative Phase der beiden Lichtfelder definiert. Durch eine Veränderung des Verhältnisses der Intensitäten ist es somit möglich, den Dunkelzustand zu verändern. Mithilfe des so genannten Mischungswinkels  $\theta$ , der über

$$\tan \theta(t) = \frac{\Omega_a(t)}{\Omega_b(t)}$$

definiert ist, kann Gleichung 4.2 vereinfacht werden zu:

$$|\Psi_D(t)\rangle = \cos \theta(t) |a'\rangle - e^{i\phi} \sin \theta(t) |b'\rangle$$

Wird das Drei-Niveau-System nur dem Lichtfeld  $\Omega_b$  ausgesetzt, so gilt  $\theta = 0$  und der Dunkelzustand  $|\Psi_D\rangle = |a'\rangle$ . Durch Erhöhen der Intensität vom Lichtfeld  $\Omega_a$  und Erniedrigen der Intensität von  $\Omega_b$  ändert sich der Mischungswinkel solange, bis das Lichtfeld  $\Omega_b$  ausgeschaltet ist und der Dunkelzustand  $|\Psi_D\rangle = |b'\rangle$  [14].

Ist das Drei-Niveau-System im Anfangszustand  $|a'\rangle$  und ist die Änderung der Lichtfeldintensitäten ausreichend langsam, dass so genannte nicht adiabatische Kopplungen<sup>3</sup> vernachlässigbar sind, so bleibt das System während der gesamten Zeit im Zustand  $|\Psi_D(t)\rangle$ . Damit der Transfer adiabatisch abläuft ist zudem eine konstante Phasenbeziehung der beiden Lichtfelder während des Transfers erforderlich. Der Zustand des Drei-Niveau-Systems wird unter diesen Bedingungen vom Anfangszustand  $|a'\rangle$  in den Endzustand  $|b'\rangle$  transferiert, ohne den angeregten Zustand  $|e'\rangle$  zu besetzen. Dieser Prozess wird auch als "Stimulierte Raman Adiabatische Passage"(STIRAP) bezeichnet und ist, da der spontane Zerfall bei diesem nicht auftritt, reversibel. In Abbildung 4.2 ist eine mögliche Pulssequenz dargestellt, mit der der Zustand des Drei-Niveau-Systems adiabatisch vom Anfangszustand  $|a\rangle$  in den Endzustand  $|b\rangle$  transferiert werden kann. Nach [19] sind nicht adiabatische Kopplungen vernachlässigbar solange die Zeit für eine mittlere Rabi-Oszillation  $1/\Omega_{eff}$  wesentlich

---

<sup>2</sup> $\Omega_a \sim \sqrt{I_a}$ ,  $\Omega_b \sim \sqrt{I_b}$

<sup>3</sup>Nach [17] wird die Zeitentwicklung im Falle  $\Omega_a(t)$  und  $\Omega_b(t)$  durch einen Operator generiert, der in der Basis der Eigenzustände Hamilton-Operators  $H_{int}(t_0)$  zu einem bestimmten Zeitpunkt  $t_0$  nicht diagonal ist. Die Nicht-Diagonal-Elemente führen zu so genannten nicht adiabatischen Kopplungen. Durch diese ist es möglich, dass sich das System aus dem Anfangszustand  $|\Psi(t_0)\rangle = |\Psi_D\rangle$  mit der Zeit in einen Zustand mit Anteilen des angeregten Zustandes  $|e'\rangle$  entwickelt. Können die Nicht-Diagonal-Elemente und somit die nicht adiabatischen Kopplungen vernachlässigt werden, spricht man von einem adiabatischen Prozess.

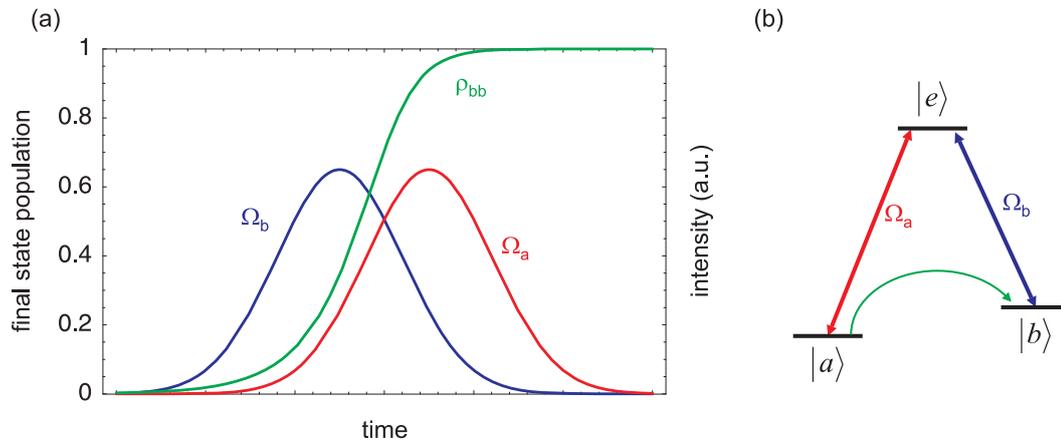


Abbildung 4.2: a) Mögliche Pulssequenz für eine STIRAP und die dazugehörige Besetzungswahrscheinlichkeit  $\rho_{bb}$  (grün) des Zustandes  $|b\rangle$ . In b) ist das zugehörige Niveau-Schema dargestellt [14].

kleiner ist, als die Zeit  $T$ , in der das System mit beiden Lichtfeldern wechselwirkt:

$$\Omega_{eff} \cdot T \gg 1 \quad (4.3)$$

In Abschnitt 4.1.4 wird gezeigt, dass diese adiabaticitäts-Bedingung im Rahmen der im nächsten Abschnitt vorgestellt Zeeman-zustandsselektiven STIRAP bereits für  $T < 100ns$  erfüllt werden kann.

Der hier vorgestellte Transfer des Zustands  $|a\rangle$  in den  $|b\rangle$  kann prinzipiell auch mit einem nichtresonanten Raman-Übergang erzeugt werden [28]. Dieser Prozess ist jedoch im Vergleich zur STIRAP wesentlich sensibler auf Intensitätsschwankungen und Phasenfluktuationen der verwendeten Lichtfelder, und wird deshalb im Rahmen des Experiments nicht verwendet.

### 4.1.3 Zeeman-Zustandsdetektion über den adiabatischen Transfer

Mit der im vorherigen Abschnitt anhand eines Drei-Niveau-Systems vorgestellten STIRAP Technik ist es möglich, einen atomaren Zustand aus einem bestimmten Anfangszustand in einen bestimmten Endzustand zu transferieren. Über einen STIRAP-Prozess kann für  $^{87}\text{Rb}$  eine bestimmte Superposition der Zustände  $|F = 1, m = -1\rangle$  und  $|F = 1, m = +1\rangle$  in das Hyperfein-Niveau  $F = 2$  transferiert werden. Hierzu werden analog zum STIRAP-Prozess im Drei-Niveau-System zwei Lichtfelder verwendet. Das Lichtfeld  $\Omega_a$  wird resonant zu dem

Hyperfein-Übergang  $S_{\frac{1}{2}}, F = 1 \rightarrow P_{\frac{1}{2}}, F' = 1$  gewählt, das Lichtfeld  $\Omega_b$  ist resonant zum Übergang  $S_{\frac{1}{2}}, F = 2 \rightarrow P_{\frac{1}{2}}, F' = 1$ . Im folgenden wird zunächst erklärt, wie die Polarisation des Lichtfelds  $\Omega_a$  festlegt, welche Superposition transferiert wird. Desweiteren wird darauf eingegangen, wie die nicht resonante Kopplung der Lichtfelder  $\Omega_a$  und  $\Omega_b$  an das höher liegende Energieniveau  $P_{\frac{1}{2}}, F' = 2$  zu Problemen bei der Zeeman-Zustandsdetektion führt. In der folgenden Notation werden die zwei für den adiabatischen Transfer verwendeten Lichtfelder als  $\Omega_a$  und  $\Omega_b$  bezeichnet, diese können in diesem Zusammenhang an mehrere Zustände koppeln.

**Zeeman-zustandsselektiver adiabatischer Transfer:** Welche Superposition transferiert wird, ist durch die Polarisation des Lichtfelds  $\Omega_a$  bestimmt. Diese kann durch den Polarisations-Zustand,

$$|P_a\rangle = \cos \alpha |\sigma^-\rangle + e^{i\varsigma} \sin \alpha |\sigma^+\rangle$$

beschrieben werden. Dieses Lichtfeld koppelt den atomaren Zustand,

$$|\Psi_T\rangle = \sin \alpha |1, -1\rangle - e^{-i\varsigma} \cos \alpha |1, +1\rangle$$

mit dem angeregten Zustand  $F' = 1, m = 0$ . Der Index  $T$  deutet daraufhin, dass dieser Zustand transferiert wird. Der Polarisation-Zustand  $|P_b\rangle$  des Lichtfeldes  $\Omega_b$  spielt in dieser Betrachtung zunächst keine Rolle und koppelt den angeregten Zustand  $F' = 1, m = 0$  an einen Zustand im Hyperfein-Niveau  $F = 2$ . Der zum Zustand  $|\Psi_T\rangle$  orthogonale Zustand,

$$|\Psi_U\rangle = \cos \alpha |1, -1\rangle + e^{i\varsigma} \sin \alpha |1, +1\rangle$$

koppelt an keines der beiden Lichtfelder und bleibt somit unverändert, was durch den Index  $U$  gekennzeichnet ist. In Abbildung 4.3 ist die Zeeman-zustandsselektive STIRAP für bestimmte Polarisations-Zustände der Lichtfelder  $\Omega_a$  und  $\Omega_b$  schematisch dargestellt. Für die Zeeman-Zustands-Detektion ist es notwendig, die Intensitäten der Lichtpulse  $\Omega_a$  und  $\Omega_b$  so zu wählen, dass der Zustand  $|\Psi_T\rangle$  möglichst effizient transferiert wird. Gleichzeitig kann es für hohe Intensitäten jedoch zur nichtresonanten Anregung beziehungsweise zum adiabatischen Transfer des Zustands  $|\Psi_U\rangle$  über die Zustände des Hyperfein-Niveaus  $P_{\frac{1}{2}}, F' = 2$  kommen [14].

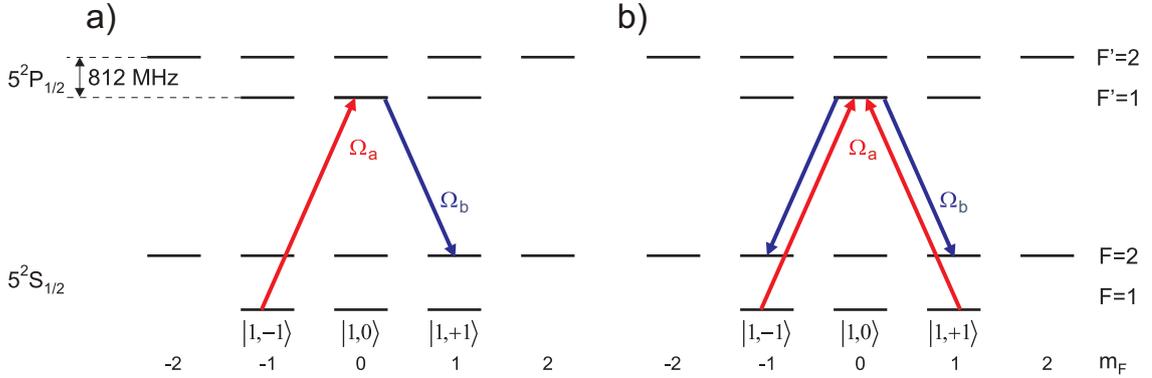


Abbildung 4.3: Zeeman-zustandsselektive STIRAP für bestimmte Polarisations-Zustände der Lichtfelder  $\Omega_a$  und  $\Omega_b$ : a) Für die Polarisations-Zustände  $|P_a\rangle = |\sigma^+\rangle$ ,  $|P_b\rangle = |\sigma^-\rangle$ , wird der Zustand  $|F=1, m=-1\rangle$  in den Zustand  $|F=2, m=1\rangle$  transferiert. b) Für lineare, parallel polarisierte Polarisations-Zustände  $|P_a\rangle$  und  $|P_b\rangle$  wird eine Linearkombination der Zustände  $|F=1, m=-1\rangle$  und  $|F=1, m=+1\rangle$  in den Hyperfeinzustand  $F=2$  transferiert.

**Nichtresonanter Transfer von  $|\Psi_U\rangle$ :** Ein nicht resonanter adiabatischer Transfer des Zustands  $|\Psi_U\rangle$  kann durch geeignete Wahl des Polarisations-Zustands  $|P_b\rangle$  des Lichtfelds  $\Omega_b$  ausgeschlossen werden. Für zirkulare Polarisations-Zustände  $|P_a\rangle = |\sigma^\pm\rangle$  wird hierzu der Polarisations-Zustand  $|P_b\rangle$  orthogonal zu  $|P_a\rangle$  gewählt (Abbildung 4.3). Für lineare Polarisations-Zustände  $|P_a\rangle = |\sigma^- \rangle + e^{i\zeta} |\sigma^+ \rangle$  wird der Polarisations-Zustand von  $\Omega_b$  parallel zu diesem, sprich  $|P_b\rangle = |P_a\rangle$  gewählt [14]. Unvermeidbar ist jedoch die Möglichkeit eines Transfers des Zustands  $|\Psi_U\rangle$  in das Hyperfein-Niveau  $P_{1/2}, F'=2$  durch nichtresonante Anregung über das Lichtfeld  $\Omega_a$  und einen anschließenden Zerfall in das Hyperfein-Niveau  $F=2$ . Für eine optimale Detektionseffizienz<sup>4</sup> müssen die Intensitäten der Lichtfelder  $\Omega_a$  und  $\Omega_b$  so gewählt werden, dass die Transfereffizienz von  $|\Psi_T\rangle$  möglichst groß ist, während der nicht resonante Transfer von  $|\Psi_U\rangle$  möglichst gering bleibt.

Zusammen mit der Hyperfein-Zustandsdetektion ist es mit dem beschriebenen Verfahren möglich, den atomaren Zustand in beliebigen Basen des durch die Zustände  $|F=1, m=-1\rangle$ ,  $|F=1, m=+1\rangle$  erzeugten Zustandsraums zu messen [14]. Solange der Zeeman-zustandsselektive Transfer adiabatisch ist, spielt der spontane Zerfall bei diesem Prozess keine Rolle. Die

<sup>4</sup>Die Detektionseffizienz  $DE$  ergibt sich aus der Transfereffizienz  $TE_T$  von  $|\Psi_T\rangle$  und der Transfereffizienz  $TE_U$  von  $|\Psi_U\rangle$ :  $DE = \frac{TE_T + (1 - TE_U)}{2}$ . In [14] wird die hier definierte Detektionseffizienz als "mittlere Detektionseffizienz" bezeichnet.

Projektion des Quantenzustands auf die Messbasis findet somit erst bei der Hyperfein-Zustandsdetektion statt, da der hierbei auftretende spontane Zerfall zu einer irreversiblen Zeitentwicklung führt. Im nächsten Abschnitt soll dargestellt werden, wie die hier vorgestellte Zeeman-Zustandsdetektion für  $^{87}\text{Rb}$  mithilfe von Vier-Niveau-Modellen beschrieben werden kann. Anhand dieser wird im übernächsten Abschnitt die Detektionseffizienz in Abhängigkeit von der Intensität und der relativen Frequenzen der Lichtpulse theoretisch diskutiert.

#### 4.1.4 Vier-Niveau-Modelle für die Zeeman-Zustandsdetektion

Der Transfer eines Zustandes  $|\Psi_T\rangle$  kann unter Berücksichtigung von nicht resonanten Kopplungen mithilfe des in Abbildung 4.4 a) vorgestellten Vier-Niveau-Modells näherungsweise beschrieben werden. Der mit diesem Modell beschriebene Transfer des Zustandes  $|a\rangle$  in den Zustand  $|b\rangle$  entspricht dem Transfer des Zustands  $|\Psi_T\rangle$  in das Hyperfein-Niveau  $F = 2$ . Die Kopplungsstärken und Übergangsfrequenzen der Zustände  $|a\rangle, |b\rangle, |e\rangle, |d\rangle$  entsprechen denen der Zustände  $|F = 1, m = -1\rangle, |F = 2, m = 1\rangle, |F' = 1, m = 0\rangle$  und  $|F' = 2, m = 0\rangle$  von  $^{87}\text{Rb}$  und sind im Anhang A.3.1 dargestellt. Analog lässt sich eine nicht resonante Anregung des Zustandes  $|\Psi_U\rangle$ , und ein anschließender Zerfall in das Hyperfein-Niveau  $F = 2$  näherungsweise in einem Vier-Niveau-Modell beschreiben (siehe Abbildung 4.4 b)). Der mit diesem Modell beschriebene Transfer des Zustandes  $|n\rangle$  in die Zustände  $|q\rangle$  und  $|p\rangle$  entspricht dem Fall  $|P_a\rangle = |\sigma^\pm\rangle$ . Für lineare Polarisationszustände  $|P_a\rangle$  ergeben sich abweichende Kopplungsstärken für die nicht resonante Anregung und die möglichen spontanen Zerfälle.

Die optischen Bloch-Gleichungen für diese Vier-Niveau-Modelle unter dem Einfluss der Lichtfelder  $\Omega_a$  und  $\Omega_b$  im Schrödinger-Bild sind gegeben durch,

$$\frac{d}{dt}\rho(t) = -\frac{i}{\hbar} [H(t), \rho(t)] + R(t) \quad (4.4)$$

Der Hamilton Operator  $H(t) = H_0 + H_{int}(t)$  sowie die Relaxations-Matrix  $R(t)$  zur Beschreibung des spontanen Zerfalls sind im Anhang A.3 dargestellt.

#### 4.1.5 Abhängigkeit der Zeeman-Zustandsdetektion von den Intensitäten und relativen Frequenzen der Lichtpulse

Anhand des im vorherigen Abschnitt vorgestellten Vier-Niveau-Modells kann die Effizienz des Transfers des Zustands  $|a\rangle$  in den Zustand  $|b\rangle$  in Abhängigkeit von den Intensitäten und

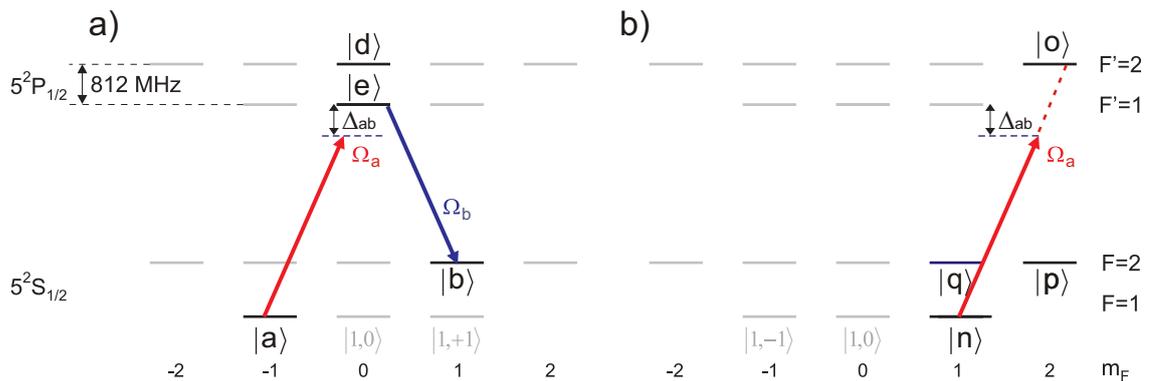


Abbildung 4.4: a) Vier-Niveau-Modell zur Beschreibung des Transfers des Zustands  $|\Psi_T\rangle$ . Die Zustände  $|a\rangle, |b\rangle, |e\rangle, |d\rangle$  entsprechen den Zuständen  $|F = 1, m = -1\rangle, |F = 2, m = 1\rangle, |F' = 1, m = 0\rangle$  und  $|F' = 2, m = 0\rangle$  von  $^{87}\text{Rb}$ . Der spontane Zerfall der angeregten Zustände  $|e\rangle$  und  $|d\rangle$  wird berücksichtigt. Das Lichtfeld  $\Omega_a$  ist um  $\Delta_{ab}$  verstimmt gegenüber dem Übergang  $|a\rangle \rightarrow |e\rangle$ , während  $\Omega_b$  resonant zum Übergang  $|b\rangle \rightarrow |e\rangle$  ist. b) Vier-Niveau-Modell zur Beschreibung des Transfers des Zustands  $|\Psi_U\rangle$ . Die Zustände  $|n\rangle, |o\rangle, |p\rangle, |q\rangle$  entsprechen den Zuständen  $|F = 1, m = 1\rangle, |F' = 2, m = 2\rangle, |F = 2, m = 2\rangle$  und  $|F = 2, m = 1\rangle$  von  $^{87}\text{Rb}$ . Das Lichtfeld  $\Omega_b$  koppelt in diesem Modell an keinen der Zustände und ist nicht dargestellt. Der spontane Zerfall des angeregten Zustands  $|o\rangle$  in die drei Grundzustände wird berücksichtigt. Der spontane Zerfall in weitere Zustände außerhalb der Vier-Niveau-Modelle wird in keinem der beiden Modelle berücksichtigt.

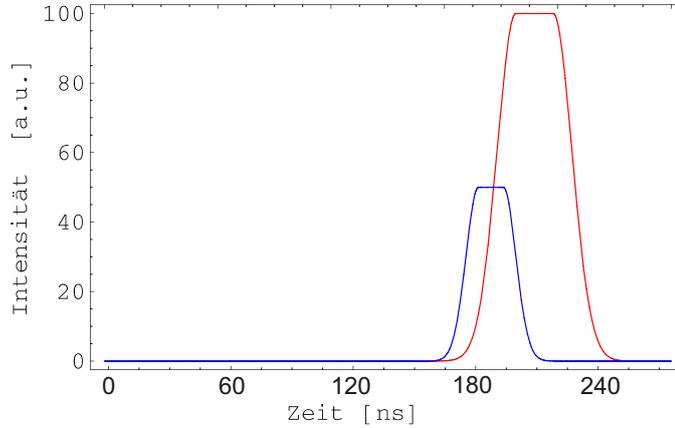


Abbildung 4.5: Pulsform der Lichtfelder  $\Omega_a$  (rot) und  $\Omega_b$  (blau) zur numerischen Lösung der Bloch-Gleichungen. Das Verhältnis der Intensitäten ist 2 : 1. Die Pulslänge (Breite bei halber maximaler Intensität) ist im Bereich von  $40\text{ns}$  (rot) beziehungsweise  $30\text{ns}$  (blau). Die Zeit  $T$ , in der das System mit beiden Lichtfeldern wechselwirkt, liegt im Bereich von  $40\text{ns}$ . Diese Pulse entsprechen qualitativ den in [14] für die Zeeman-Zustandsdetektion verwendeten Lichtpulsen.

der relativen Frequenzverstimmung  $\Delta_{ab}$  der Lichtpulse  $\Omega_a$  und  $\Omega_b$  untersucht werden. Hierzu wird Gleichung 4.4 für den Anfangszustand  $|a\rangle$  und den in Abbildung 4.5 dargestellten Intensitätsverteilungen<sup>5</sup> der Lichtfelder  $\Omega_a$  und  $\Omega_b$  numerisch gelöst. Die Transfereffizienz ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich das Vier-Niveau-Modell nach der Pulssequenz im Zustand  $|b\rangle$  befindet. Analog kann die Effizienz des Transfers des Zustands  $|n\rangle$  in die Zustände  $|p\rangle$  und  $|q\rangle$  für verschiedene Intensitäten des in Abbildung 4.5 dargestellten Lichtpulses  $\Omega_a$  untersucht werden. Die Transfereffizienz ist in diesem Falle die Wahrscheinlichkeit, dass sich das Vier-Niveau-Modell unter dem Einfluss des Lichtpulses  $\Omega_a$  aus dem Anfangszustand  $|n\rangle$  in die Zustände  $|p\rangle$  oder  $|q\rangle$  entwickelt. Aufgrund der Verstimmung von  $\Omega_a$  bezüglich des Übergangs  $|n\rangle \leftrightarrow |o\rangle$  um  $812\text{MHz}$  kann eine Verstimmung  $\Delta_{ab}$  um einige MHz in diesem Modell vernachlässigt werden.

In Abbildung 4.6 ist die numerisch berechnete Transfereffizienz des Zustands  $|a\rangle$  beziehungsweise  $|n\rangle$  in Abhängigkeit von der Intensität<sup>6</sup> des Lichtpulses  $\Omega_a$  dargestellt. Die Intensität des Lichtpulses  $\Omega_b$  ist entsprechend Abbildung 4.5 die Hälfte der Intensität des

<sup>5</sup>Diese Intensitätsverteilungen entsprechen qualitativ den in [14] für die Zeeman-Zustandsdetektion experimentell verwendeten Lichtpulsen.

<sup>6</sup>Die Intensität des Lichtpulses  $\Omega_a$  wird als Vielfaches der Sättigungs-Intensität  $I_{sat} = 17.9 \frac{\text{mW}}{\text{cm}^2}$  des Übergangs  $|a\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  angegeben.

Lichtpulses  $\Omega_a$ . Die Transfereffizienz des Zustands  $|a\rangle$  ist für verschiedene relative Verstimmungen  $\Delta_{ab}$  dargestellt. Aus den in Abbildung 4.6 gezeigten Transfereffizienzen für die Vier-Niveau-Modelle lassen sich folgende Resultate für die Zeeman-Zustandsdetektion ableiten:

- Im Intensitätsbereich von  $I_a = 50 I_{sat}$  bis  $I_a = 1500 I_{sat}$  kann ein vergleichsweise guter Kontrast zwischen der Transfereffizienz des Zustands  $|a\rangle$  und  $|n\rangle$  erzielt werden. Dieser Kontrast bestimmt die Detektionseffizienz der Zeeman-Zustandsdetektion. Nachdem die Zeit  $T$ , in der das System mit beiden Lichtfeldern wechselwirkt, im Bereich von  $40ns$  liegt gilt für  $I_a = 50 I_{sat}$  dass  $\Omega_{eff} \cdot T \geq 13$ . Für Intensitäten größer als ungefähr  $I_a = 50 I_{sat}$  kann somit nach Abschnitt 4.1.2 von einem adiabatischen Transfer des Zustands  $|a\rangle$  ausgegangen werden.
- Eine relative Verstimmung  $\Delta_{ab}$  von weniger als 3MHz führt im relevanten Intensitätsbereich zu keiner signifikanten Veränderung der Transfereffizienz des Zustands  $|a\rangle$ . Dieses Resultat wird bei der Diskussion des Phasen-Rauschens der STIRAP Laser und dessen Einfluss auf die Zeeman-Zustands-Detektion im folgenden Abschnitt und in Abschnitt 4.2.2 eine Rolle spielen.
- In bestimmten Intensitätsbereichen (im Bereich von  $I_1 = 79 I_{sat}$  und  $I_3 = 400 I_{sat}$ ) kann durch eine relative Verstimmung  $\Delta_{ab}$  von ungefähr 12MHz eine Verbesserung der Transfereffizienz des Zustands  $|a\rangle$  um den Wert 4% erreicht werden. Dies entspricht einer Verbesserung der Detektionseffizienz um 2%. Zum Beispiel für die Intensität  $I_1 = 79 I_{sat}$  verbessert sich die Detektionseffizienz von 94% auf 96% für  $\Delta_{ab} = 12\text{MHz}$ . In Abbildung 4.7 ist die Abhängigkeit der Transfereffizienz von  $\Delta_{ab}$  für verschiedene Intensitäten dargestellt.

In der vorliegenden, theoretischen Bestimmung der Transfereffizienzen wurden Fehler in der Polarisation der beiden Lichtfelder nicht berücksichtigt. Zudem wurden mögliche Zerfälle in weitere Zustände von  $^{87}\text{Rb}$  im Rahmen der Vier-Niveau-Modelle nicht berücksichtigt. Des weiteren ist der adiabatische Transfer relativ sensibel bezüglich der Form und den relativen Intensitäten der Lichtpulse. Experimentell bestimmte Transfereffizienzen, und hierbei vor allem die Transfereffizienz von  $|\Psi_U\rangle$ , können somit von den im Rahmen dieser Arbeit berechneten abweichen. Ob eine Verbesserung der Detektionseffizienz von den in [14] experimentell erreichten 95% auf bis zu 97% durch eine relative Verstimmung der beiden Lichtfelder erreicht werden kann, muss somit experimentell überprüft werden. Im

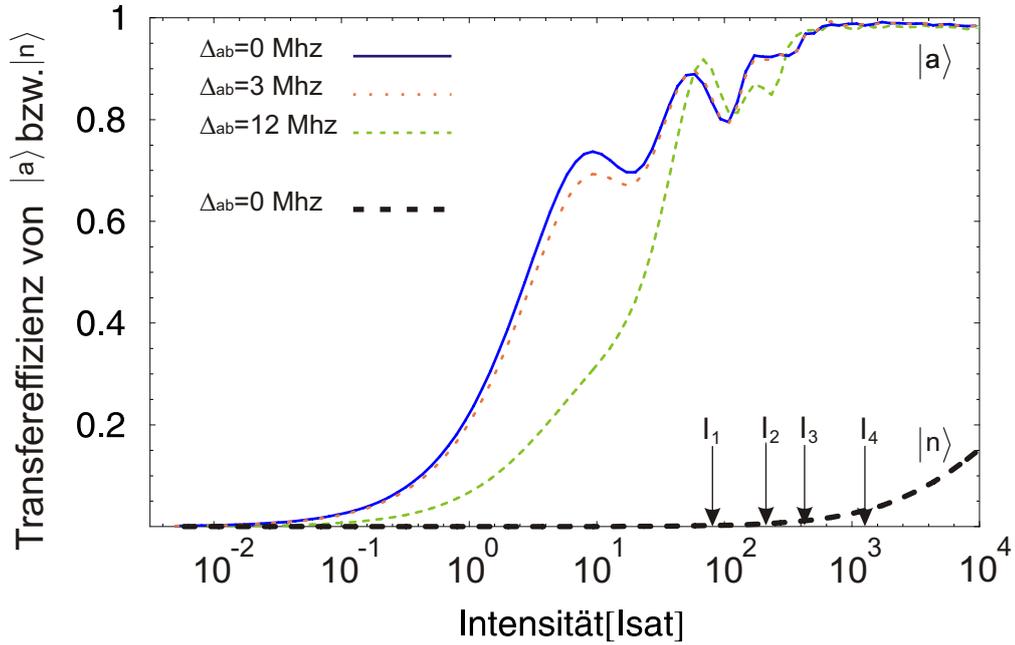


Abbildung 4.6: Transfereffizienz des Zustands  $|a\rangle$  beziehungsweise  $|n\rangle$  in Abhängigkeit von  $I_a$  für verschiedene relative Verstimmungen  $\Delta_{ab}$ . Die Intensität wird als Vielfaches der Sättigungs-Intensität  $I_{sat} = 17.9 \frac{mW}{cm^2}$  des Übergangs  $|a\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  angegeben. Für die Intensitäten  $I_1, \dots, I_4$  ist in Abbildung 4.7 die Transfereffizienz in Abhängigkeit von  $\Delta_{ab}$  dargestellt.

folgenden Abschnitt wird aufbauend auf den hier vorgestellten Resultaten der Einfluss einer sich zeitlich ändernden, relativen Phase der beiden Lichtfelder auf die Transfereffizienz der STIRAP diskutiert.

#### 4.1.6 Quantifizierung von Phasenfluktuationen und deren Einfluss auf die STIRAP

Wie bereits in Abschnitt 4.1.2 erwähnt, ist für einen adiabatischen Transfer unter anderem eine konstante, relative Phasenbeziehung  $\phi$  der beiden Lichtfelder notwendig. In [41] ist dargestellt, dass eine sich zeitlich ändernde Phase  $\phi$  beziehungsweise eine relative Verstimmung  $\Delta_{ab}$  zu nicht adiabatischen Kopplungen führen kann. Somit stellt sich die Frage, ab welcher Größenordnung ein so genannter Phasengradient  $\frac{d\phi}{dt}$  zu einer Verschlechterung der Transfereffizienz, und somit einer Verschlechterung der Detektionseffizienz der Zeeman-Zustandsdetektion führt. Phasenänderungen höherer Ordnung  $\frac{d^2\phi}{dt^2}, \frac{d^3\phi}{dt^3}, \dots$  werden im Rah-

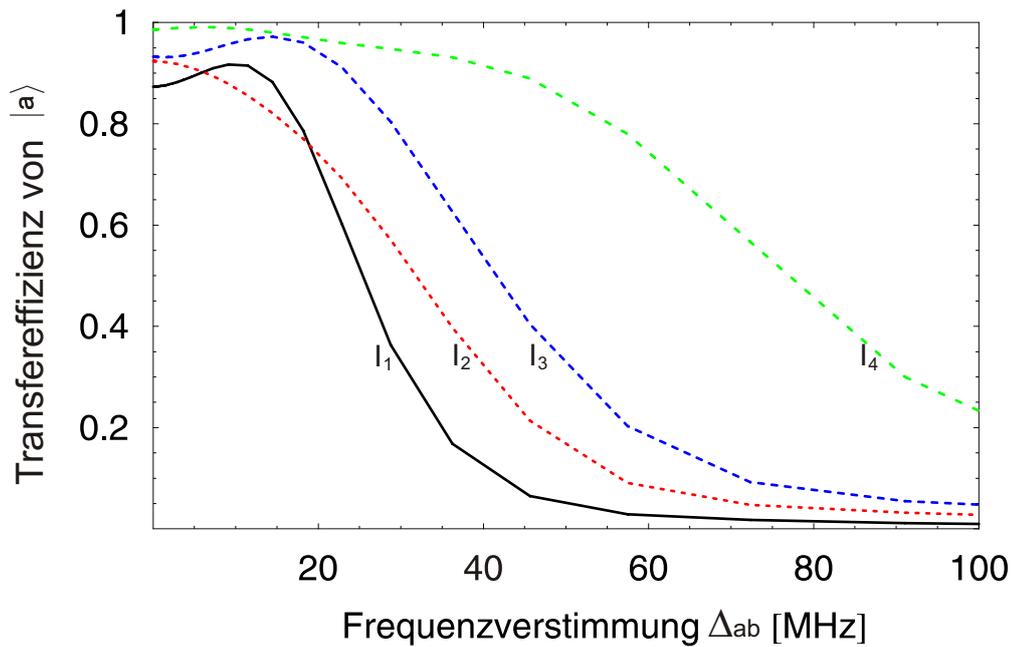


Abbildung 4.7: Transfereffizienz des Zustands  $|a\rangle$  in Abhängigkeit von der relativen Verstimmung  $\Delta_{ab}$  der beiden Lichtfelder für die Intensitäten  $I_1 = 79 I_{sat}$ ,  $I_2 = 200 I_{sat}$ ,  $I_3 = 400 I_{sat}$ ,  $I_4 = 1260 I_{sat}$ . Für die Intensitäten  $I_1$  und  $I_3$  kann durch eine Verstimmung um  $\Delta_{ab} = 11.5 MHz$  beziehungsweise  $\Delta_{ab} = 14.5 MHz$  eine Verbesserung der Transfereffizienz um den Wert 4% erreicht werden. Während sich die Transfereffizienz für  $\Delta_{ab} \geq 14.5 MHz$  für die dargestellten Intensitäten signifikant verschlechtert, ist diese für  $\Delta_{ab} = 3 MHz$  näherungsweise identisch zu der Transfereffizienz bei  $\Delta_{ab} = 0 MHz$ .

men dieser Arbeiten nicht diskutiert. Im folgenden wird zunächst theoretisch gezeigt, wie durch eine Überlagerung der Lichtfelder  $\Omega_a$  und  $\Omega_b$  die Größenordnung der Änderungen der relativen Phase  $\frac{d\phi}{dt}$  bestimmt werden kann. Anschließend wird der Einfluss linearer Phasenänderungen auf die Transfereffizienz diskutiert.

**Bestimmung des Phasengradienten zweier Laser:** Experimentell kann die Zeitabhängigkeit der Phase  $\phi(t)$  zweier Lichtfelder  $\Omega_a$  und  $\Omega_b$  über die Intensität der Überlagerung der Lichtfelder quantifiziert werden. Theoretisch ergibt sich durch Überlagerung zweier gleich polarisierter Lichtfelder für die Intensität nach Mittelung über höhere Frequenzanteile:

$$I(t) = \bar{I}_0 + E_a \cdot E_b \cos(\omega_{ab}t + \phi(t)) \quad (4.5)$$

Hierbei bezeichnen  $\omega_{ab} = \omega_a - \omega_b$  beziehungsweise  $\phi(t) = \phi_a(t) - \phi_b(t)$  den Frequenzunterschied beziehungsweise die relative Phase der beiden Lichtfelder.  $E_a$  und  $E_b$  entsprechen dem Betrag der jeweiligen elektrischen Feldvektoren,  $\bar{I}_0$  ist die Summe der mittleren Intensitäten  $\bar{I}_a$  und  $\bar{I}_b$ . Gleichung 4.5 zeigt, dass sich eine linear ändernde relative Phase der Lichtfelder  $\Omega_a$  und  $\Omega_b$  äquivalent zu einer Abweichung der relativen Frequenz von  $\omega_{ab}$  um  $\Delta_{ab}$  verhält, wobei in diesem Falle die Beziehung

$$\phi(t) = 2\pi\Delta_{ab} \cdot t, \quad (4.6)$$

gilt. Da sich eine Zeitabhängigkeit der relativen Phase in kurzen Zeitintervallen stets als lineare Änderung darstellen lässt, kann diese Beziehung verallgemeinert werden zu:

$$\frac{d\phi}{dt} = 2\pi\Delta_{ab}. \quad (4.7)$$

Über diese Beziehung kann eine Abweichung der relativen Frequenz von  $\omega_{ab}$  um  $\Delta_{ab}$  einem Phasengradienten  $\frac{d\phi}{dt}$  zugeordnet werden. Mittels der Fouriertransformierten der in Gleichung 4.5 beschriebenen Intensität  $I(t)$  kann die Größenordnung möglicher Abweichungen  $\Delta_{ab}$  von der Trägerfrequenz  $\omega_{ab}$ , und somit über Gleichung 4.7 die Größenordnung möglicher Phasengradienten bestimmt werden.

**Einfluss von Phasengradienten auf die STIRAP:** Die im vorherigen Abschnitt erzielten Resultate zur Transfereffizienz in Abhängigkeit von  $\Delta_{ab}$  für ein Vier-Niveau-System können nach Gleichung 4.6 auf den Fall einer sich während des Transfers linear ändernden

den Phase übertragen werden. Aus Abbildung 4.6 kann also gefolgert werden, dass eine Phasenänderung mit  $\frac{d\phi}{dt} \leq 2\pi \cdot 3\text{MHz} [\text{rad/s}]$ , in dem für die Zustandsdetektion relevanten Intensitätsbereich zu keiner signifikanten Veränderung der Transfereffizienz führt. Im nächsten Abschnitt wird unter anderem mit dem vorgestellten Verfahren die Größenordnung der Phasengradienten der im Experiment verwendeten Laser zur Generation der STIRAP-Pulse diskutiert.

## 4.2 Experiment

Im folgenden Abschnitt wird zunächst kurz das im Rahmen dieser Arbeit aufgebaute Lasersystem zur Erzeugung der Lichtpulse  $\Omega_a$  und  $\Omega_b$  vorgestellt. Desweiteren wird das Rauschen der relativen Phase zwischen den zur Generation der Lichtpulse verwendeten Laser diskutiert. Abschließend wird erläutert, warum das experimentell beobachtete Phasenrauschen die Transfereffizienz der STIRAP nicht beeinflusst.

### 4.2.1 Lasersystem

Zur Erzeugung des Laserlichts für die Lichtpulse  $\Omega_a$  und  $\Omega_b$  werden zwei gitterstabilisierte Diodenlaser für die Wellenlänge  $\lambda = 795\text{nm}$  verwendet. Unter Verwendung einer Doppler-freien Sättigungsspektroskopie werden diese auf die Hyperfein-Übergänge der  $D_1$ -Linie  $F = 1 \rightarrow F' = 1$  ( $\Omega_a$ ) beziehungsweise  $F = 2 \rightarrow F' = 1$  ( $\Omega_b$ ) stabilisiert. Über Akkusto-Optische-Modulatoren<sup>7</sup> (AOM) in doppelter Durchgangskonfiguration können auf diese Weise Pulse mit einer minimalen Pulslänge von  $20\text{ns}$  (Breite bei halber maximaler Intensität) erzeugt werden. Da die AOM-Strecken auch im nicht aktivierten Betrieb einen geringen Prozentsatz der Lichtintensität transmittieren, werden zusätzlich zwei weitere AOM-Strecken in Einzel-Durchgangskonfiguration verwendet, um ein finales Abschaltverhältnis der Lichtintensitäten in der Größenordnung  $10^{10}$  zu erreichen. Durch eine  $\lambda/2$  und eine  $\lambda/4$ -Verzögerungsplatte vor der Vereinigung der beiden Strahlen kann die relative Polarisation der Lichtpulse  $\Omega_a$  und  $\Omega_b$  eingestellt werden. Die Einstellung der Polarisation von  $\Omega_a$  und somit der für das Experiment gewählten Messbasis wird nach der Vereinigung der Strahlen vorgenommen. Das gesamte Lasersystem ist in Abbildung 4.8 dargestellt [14, 42, 43].

<sup>7</sup>Crystal Technology Mod.:3200-121

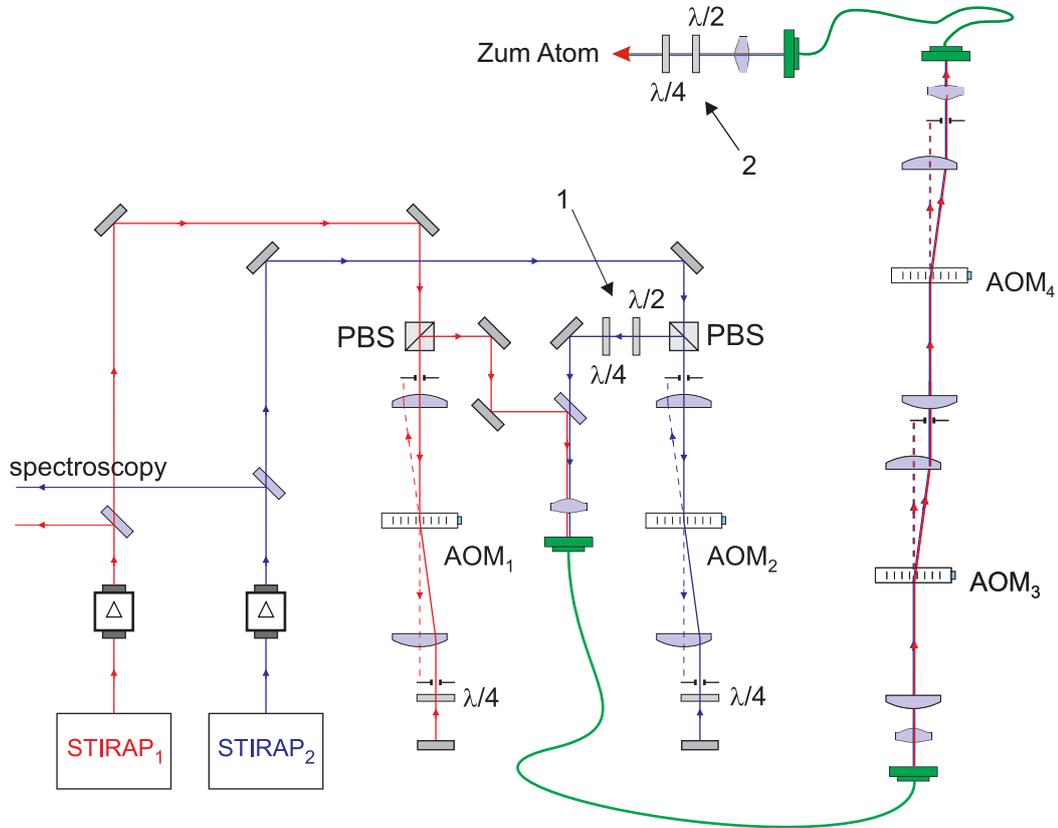


Abbildung 4.8: Lasersystem zur Erzeugung der Lichtpulse  $\Omega_a$  (STIRAP<sub>1</sub>) und  $\Omega_b$  (STIRAP<sub>2</sub>). Die beiden Laser werden unabhängig voneinander durch doppelreife Sättigungs-Spektroskopien in der Frequenz stabilisiert. Über die Akusto-Optischen-Modulatoren  $AOM_1$  beziehungsweise  $AOM_2$  in doppelter Durchgangskonfiguration werden die Lichtpulse erzeugt.  $AOM_3$  und  $AOM_4$  in Einzel-Durchgangskonfiguration werden benötigt, um das Signal zu Abschalt-Verhältnis beider Lichtpulse zu erhöhen. Über die  $\lambda$ -Platten an Position 1 kann die relative Polarisation der Lichtpulse eingestellt werden. Über die  $\lambda$ -Platten an Position 2 wird die Polarisation von  $\Omega_a$  und somit die Messbasis für die jeweilige Messung eingestellt.

#### 4.2.2 Phasen-Rauschen der STIRAP Laser

Bei dem im vorhergehenden Abschnitt vorgestellten Aufbau sind die Laser zur Erzeugung der Lichtpulse unabhängig voneinander frequenzstabilisiert. Für einen adiabatischen Transfer ist jedoch in erster Linie eine konstante Phasenbeziehung der beiden Lichtfelder

notwendig, wie bereits in Abschnitt 4.1.6 diskutiert. Somit stellt sich die Frage, ob durch eine Stabilisierung der Phasenbeziehung der beiden Laser eine Verbesserung der Transfereffizienz der STIRAP zu erwarten ist.

Zur Quantifizierung der Stabilität der relativen Phase werden die Laser  $\Omega_a$  und  $\Omega_b$  auf dieselbe Frequenz stabilisiert und durch die AOMs um  $\omega_{ab} = 50\text{MHz}$  relativ zueinander verstimmt. Beide Laser werden überlagert und auf eine Photodiode projiziert. Die an dieser Photodiode abfallende Spannung ist proportional zur Leistung  $P(t)$  und somit zur Intensität  $I(t)$  der überlagerten Lichtfelder und oszilliert mit einer Frequenz in der Größenordnung von 50MHz.

Bei einer Intensitätsmessung der überlagerten Strahlen der beiden Laser über einen Zeitraum von  $200\mu\text{s}$  konnten keine signifikanten Sprünge in der Amplitude beobachtet werden. Hierdurch kann über Gleichung 4.5 darauf geschlossen werden, dass auch die relative Phase  $\phi(t)$  der verwendeten Laser keine signifikanten Sprünge, sprich unendlich schnelle Änderungen aufweist. Um die Größenordnung der Phasengradienten  $\frac{d\phi}{dt}$  zu bestimmen, wird die Fouriertransformierte  $F(\nu)$  von dieser über  $200\mu\text{s}$ <sup>8</sup> aufgenommenen Intensitätsverteilung  $I(t)$  berechnet (Abbildung 4.9). Wie bereits in Abschnitt 4.1.6 diskutiert, kann aus der Breite des Betrags der Fouriertransformierten  $|F(\nu)|$  auf die Größenordnung der Phasengradienten  $\frac{d\phi}{dt}$  der beiden Laser geschlossen werden. Für das Maximum im Bereich von 50MHz lässt sich erkennen, dass Anteile mit  $\Delta_{ab} \geq 3\text{MHz}$  vernachlässigbar sind (Abbildung 4.9). Somit gilt für Phasengradienten der verwendeten Laser  $\frac{d\phi}{dt} \leq 2\pi \cdot 3\text{MHz}$ . Nach Abschnitt 4.1.6 haben Änderungen der relativen Phase in der Größenordnung  $\frac{d\phi}{dt} \leq 2\pi \cdot 3\text{MHz}$  jedoch keinen Einfluss auf die Transfereffizienz der STIRAP.

### 4.3 Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Kapitel wurde erklärt, wie unter Verwendung der STIRAP-Technik ein bestimmter Zeeman-Superpositionszustand des Hyperfein-Niveaus  $F = 1$  in das Hyperfein-Niveau  $F = 2$  transferiert werden kann. Die Polarisation der für die STIRAP verwendeten Lichtfelder bestimmt hierbei welche Superposition des durch die Zustände  $|F = 1, m = -1\rangle$ ,  $|F = 1, m = +1\rangle$  definierten Zustandsraums transferiert wird. Zusammen mit der Hyperfein-Zustands-Detektion kann mit diesem Verfahren der Zeeman-Zustand des Atoms in verschiedenen Messbasen analysiert werden.

<sup>8</sup>Die Fouriertransformierte der Intensitätsverteilung wurde, mithilfe eines Spektrum-Analysierers auch für weitere Zeitintervalle beobachtet. Diese Fouriertransformierten waren qualitativ äquivalent zu Abbildung 4.9.

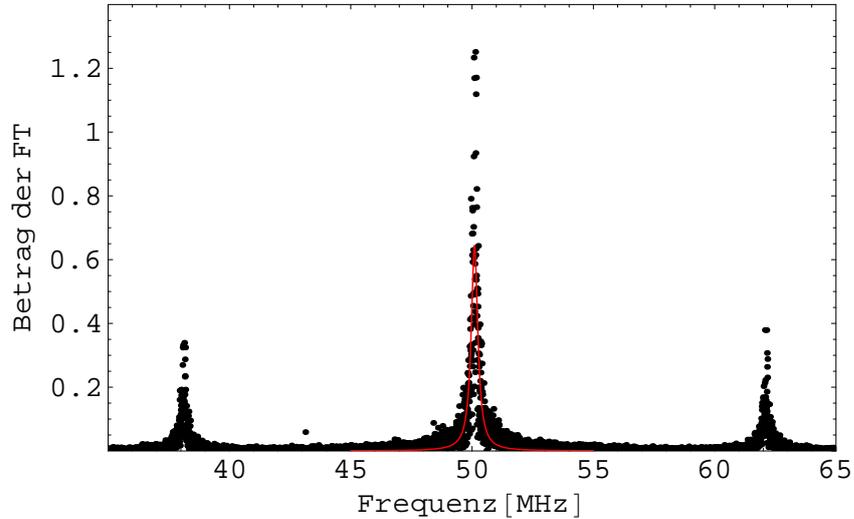


Abbildung 4.9: Betrag der Fouriertransformierten  $|F(\nu)|$  eines Schwebungs-Signals über  $200\mu\text{s}$  der mithilfe der AOMs um  $50\text{MHz}$  verstimmten und überlagerten gitterstabilisierten Diodenlaser. Die Laser sind hierbei auf dieselbe Frequenz stabilisiert. Bei der Frequenzverteilung im Bereich von  $50\text{MHz}$  sind Anteile mit  $\Delta_{ab} \geq 3\text{MHz}$  zu vernachlässigen. Der Fit mit einer Lorentz Kurve (rot) ergibt eine Breite (FWHM) in der Frequenz von  $0.170 \pm 0.003\text{MHz}$ . Die Frequenzanteile von  $38\text{MHz}$  beziehungsweise  $62\text{MHz}$  ergeben sich aufgrund, der zur Frequenzstabilisierung auf die Diodenströme aufmodulierten Seitenbänder. Diese sind bei der dargestellten Messung zu stark ausgeprägt, und können abgeschwächt werden.

Die Abhängigkeit der Detektionseffizienz des beschriebenen Verfahrens von der relativen Frequenz der für die STIRAP verwendeten Lichtpulse  $\Omega_a$  und  $\Omega_b$  wurde theoretisch anhand von Vier-Niveau-Modellen untersucht. Hierbei zeigt sich, dass für Abweichungen der relativen Frequenz von der Übergangsfrequenz  $F = 1 \rightarrow F = 2$  um  $\Delta_{ab} = 12\text{MHz}$  möglicherweise eine Verbesserung der Detektionseffizienz von  $95\%$  auf  $97\%$  erreicht werden kann.

Für die zur Erzeugung der Lichtpulse verwendeten Laser wurden keine Phasensprünge beobachtet und für die zeitliche Änderung der relativen Phase gilt:  $\frac{d\phi}{dt} \leq 2\pi \cdot 3\text{MHz}$ . Da Phasenänderungen dieser Größenordnung keinen signifikanten Einfluss auf die Detektionseffizienz von Zeeman-Zuständen haben, ist durch eine Stabilisierung der relativen Phase der Laser keine Verbesserung der Detektionseffizienz zu erwarten.

Zur Erfüllung der Lokalitäts-Bedingung für einen Test der Bellschen-Ungleichung mittels zweier  $300\text{m}$  entfernter verschränkter Atome darf das Zeitintervall der Zustandmes-

sung der jeweiligen Atome  $1\mu s$  nicht überschreiten. Für die hier vorgestellte Zeeman-zustandsselektive STIRAP werden jedoch weniger als  $100ns$  benötigt. Die Erfüllung der Lokalitäts-Bedingung hängt somit im Wesentlichen von der Geschwindigkeit der geplanten Hyperfein-Zustandsdetektion mittels Ionisation ab.

Zur Erfüllung der Detektions-Bedingung wird nach [10] für jedes der beiden Atome eine Detektionseffizienz des atomaren Zustandes von mindestens 84.9% benötigt. Die Detektionseffizienz der hier vorgestellten Zeeman-zustandsselektiven STIRAP wurde in [14] experimentell bestimmt auf 95%<sup>9</sup> und kann mit dem vorgestellten Verfahren möglicherweise noch gesteigert werden. Die Erfüllung der Detektions-Bedingung hängt somit ebenfalls im wesentlichen von der Effizienz der geplanten Hyperfein-Zustandsdetektion mittels Ionisation ab.

---

<sup>9</sup>Die Detektionseffizienz der Zeeman-zustandsselektiven STIRAP von 95% wurden in [14] experimentell ermittelt.

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Diplomarbeit wurde eine Dipolfalle mit Detektionsoptik zum Fangen einzelner  $^{87}\text{Rb}$  Atome aufgebaut und charakterisiert. Aufgrund des extrem kleinen Fallenvolumens (Fokus  $w_0 = 1.9\mu\text{m}$ ) wurde ein Blockade-Effekt beobachtet, der dazu führt, dass nur einzelne Atome in die Dipolfalle geladen werden. Ein Atom in der Falle, kann hierbei an eindeutigen Stufen des Fluoreszenzsignals von  $6000\text{-}8000\frac{1}{\text{s}}$  Photonen über einem Untergrund von circa  $500\frac{1}{\text{s}}$  Photonen erkannt werden. Die mittlere Lebensdauer einzelner Atome in der Falle beträgt  $3.9\text{s}$  und das Tastverhältnis, sprich der Prozentsatz der Zeit in der sich ein Atom in der Falle befindet  $78\%$ . Über den spontanen Zerfall eines bestimmten angeregten Zustands des Atoms kann, aufgrund der Drehimpulserhaltung ein verschränktes Atom-Photon paar erzeugt werden. Es ist zu erwarten, dass mit der Detektionsoptik circa  $0.3\%$  der vom Atom emittierten und mit diesem verschränkten Photonen detektierten werden können. Dies entspricht einer Verbesserung um über Faktor  $2.5$  gegenüber den  $0.12\%$  die bei dem bereits bestehenden Aufbau zur Atom-Photon Verschränkung erreicht wurden. Aufgrund des Tastverhältnisses und der langen Lebensdauer der Atome in der Falle sind hiermit erstmals die experimentellen Voraussetzungen zur Erzeugung eines verschränkten Atom-Atom Paares mit dem bereits bestehenden Aufbau zur Atom-Photon Verschränkung erfüllt.

Zur Detektion des atomaren Drehimpulszustandes wurde ein Lasersystem für die Zeemanzustandsselektive Stimulierte-Raman-adiabatische-Passage (STIRAP) aufgebaut. Mit diesem ist es möglich in weniger als  $100\text{ns}$  einen Zeeman-Superpositionszustand adiabatisch in ein höher liegendes Hyperfein-Niveau zu transferieren. Zusammen mit der Hyperfeinzustands-Detektion kann mit diesem Lasersystem somit der Zeeman-Zustand des Atoms in verschiedenen Messbasen analysiert werden. Obwohl die STIRAP Laser unabhängig voneinander in der Frequenz stabilisiert wurden, lagen Änderungen der relativen Phase  $\phi$  dieser Laser in der Größenordnung,  $\frac{d\phi}{dt} \leq 2\pi \cdot 3\text{MHz}$ . Theoretisch wurde anhand von Vier-Niveau-Modellen gezeigt, dass Phasenänderungen dieser Größenordnung keinen Einfluss auf die Detektionseffizienz der Zeeman-zustandsselektiven STIRAP haben. Hierbei zeigte sich zudem, dass

für bestimmte Frequenzdifferenzen der Laser möglicherweise eine Verbesserung dieser Detektionseffizienz von aktuell 95% auf bis zu 97% erreicht werden kann. Dies kann in Zukunft mit dem aufgebauten Lasersystem experimentell verifiziert werden. Darüberhinaus eröffnen die vorgestellten Vier-Niveau-Modelle die Möglichkeit sowohl die Detektionseffizienz als auch die Zeitdauer der STIRAP weiter zu optimieren. Die STIRAP bei den vorgestellten Einstellungen ist bereits verhältnismäßig schnell und effizient. Die Anforderungen an die geplante Hyperfein-Zustands-Detektion mittels Ionisation zur Erfüllung der Detektions- und Lokalitäts-Bedingung, werden durch eine Optimierung der STIRAP jedoch deutlich verringert.

**Aktueller Stand des Experiments:** Vor kurzem konnte durch die Präparation des Atoms in einem bestimmten angeregten Zustand die Erzeugung von verschränkten Atom-Photon Paaren mit dem in dieser Arbeit vorgestellten Aufbau realisiert werden. Hierbei konnte, nach der Präparation des angeregten Zustands, in 0.21% der Fälle ein spontan emittiertes und somit mit dem Atom verschränktes Photon detektiert werden. Diese Photonendetektionseffizienz kann durch eine Optimierung der Präparation des angeregten Zustandes noch gesteigert werden. Der Ablauf zur Präparation des angeregten Zustands wird in Zeitintervall von  $40\mu s$ , 2500 mal wiederholt. In diesem Zeitraum von 100ms sind Verluste des Atoms aus der Falle vernachlässigbar ( $<16\%$ ). Innerhalb dieser 100ms ist es somit möglich über 5 vom Atom emittierte und somit mit diesem verschränkte Photonen zu detektieren.

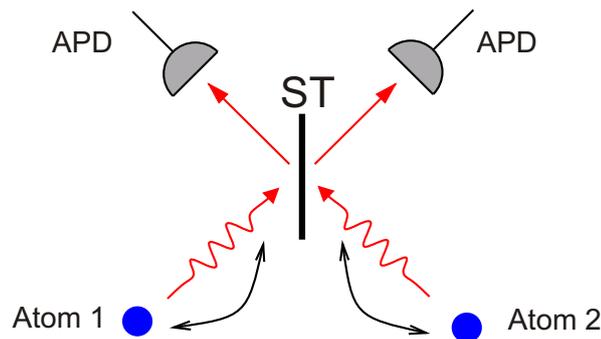


Abbildung 5.1: Überlagerung der vom jeweiligen Atom emittierten Photonen am 50/50-Strahlteiler. Durch Koinzidenzen der beiden Detektoren (APD) wird der verschränkte Zustand  $|\Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\sigma^+\rangle_1 |\sigma^-\rangle_2 - |\sigma^-\rangle_1 |\sigma^+\rangle_2)$  der Photonen gemessen. Hierdurch entsteht eine Verschränkung der Atome [26].

**Ausblick:** Der nächste Schritt des Experiments ist der Nachweis der Atom-Photon Verschränkung mit dem neuen Aufbau. Hierbei wird das im Rahmen dieser Arbeit aufgebaute STIRAP Lasersystem zur Messung des atomaren Drehimpulszustands erstmals zum Einsatz kommen.

Danach soll durch eine Bell-Zustandsanalyse der Polarisationszustände der von beiden Atomen gleichzeitig emittierten, und jeweils mit dem Atom verschränkten Photonen eine Drehimpulsverschränkung der Atome generiert werden [15]. Diese Bell-Zustandsanalyse wird mit einem 50/50-Strahlteiler realisiert (Abbildung 5.1). Durch Koinzidenzen der beiden Detektoren wird hierbei der verschränkte Photonen-Zustand  $|\Psi^-\rangle$  gemessen. Die Wahrscheinlichkeit hierfür beträgt  $\frac{1}{4}$  und erzeugt eine Verschränkung der Atome. Der bereits bestehende Aufbau zur Atom-Photon Verschränkung hat eine Photonendetektionseffizienz von circa 0.12%. Der Ablauf zur Präparation des angeregten Zustands kann mit diesem ebenfalls in Zeitintervallen von  $40\mu s$ , 2500 mal wiederholt werden. Um von beiden Atomen gleichzeitig möglichst viele Photonen für die Bell-Zustandsanalyse zu erhalten, wird solange gewartet, bis in beiden Fallen ein Atom geladen ist. Die 2500 Anregungsabläufe werden dann synchron durchgeführt. Die Wahrscheinlichkeit, hierbei von beiden Atomen gleichzeitig ein Photon zu erhalten, und dieses im Zustand  $|\Psi^-\rangle$  zu detektieren beträgt  $\frac{1}{4} \cdot 0.0021 \cdot 0.0012 \cdot 2500 = 1.6 \cdot 10^{-3}$ . Es kann davon ausgegangen werden, dass innerhalb von 4s mindestens einmal in beiden Fallen gleichzeitig ein Atom existiert, und die 2500 Anregungsabläufe durchgeführt werden können. Hieraus ergibt sich, dass in circa 40 min ein verschränktes Atom-Atom Paar erzeugt werden kann. Zum Nachweis dieser Verschränkung werden circa 100 Messungen der atomaren Drehimpulse in insgesamt vier verschiedenen Basiseinstellungen benötigt [26]. Somit lässt sich die gesamte Messzeit  $t_M$  zum Nachweis der Atom-Atom Verschränkung auf dem aktuellen Stand des Experiments abschätzen zu:

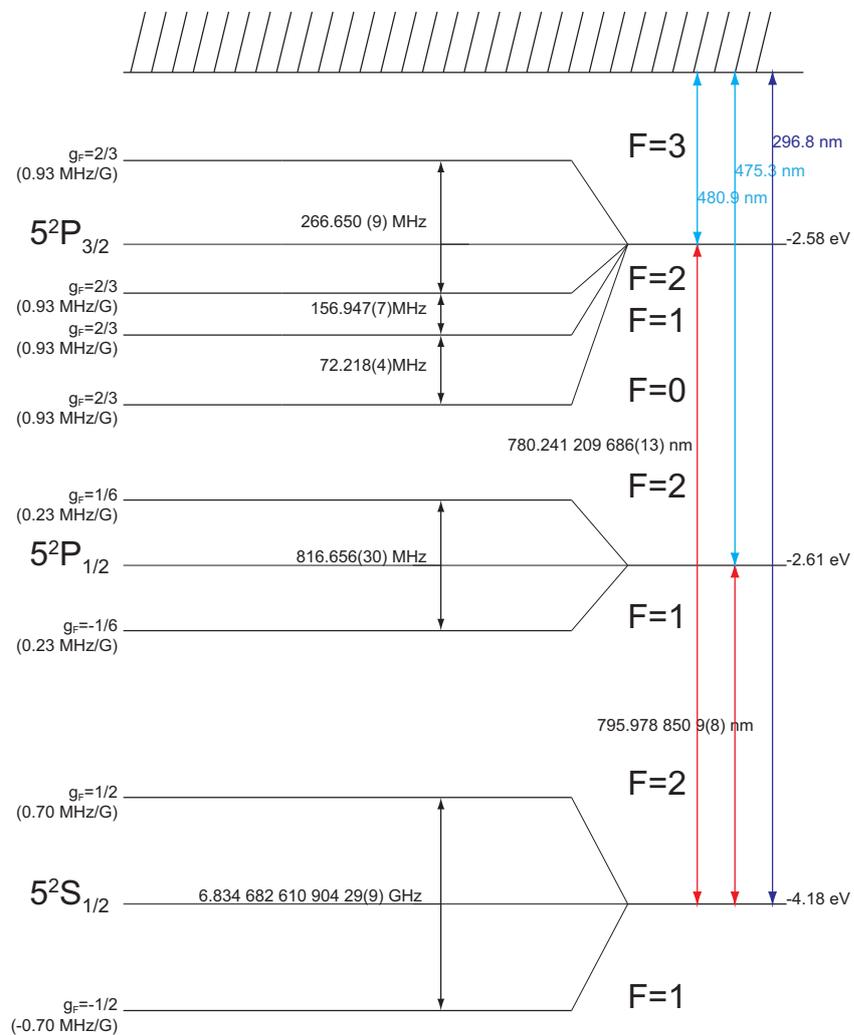
$$t_M = 4 \cdot 100 \cdot 40 \text{ min} = 11 \text{ Tage}$$

Durch Optimierung der Präparationsabläufe für beide Aufbauten ist zu erwarten, dass diese Messzeit noch deutlich verkürzt werden kann. Bereits mit dem aktuellen Stand ist es jedoch möglich, eine Atom-Atom Verschränkung in realistischer Messzeit nachzuweisen. Dies ist unter anderem auf die im Rahmen dieser Arbeiten vorgestellte Dipolfalle mit Detektionsoptik zurückzuführen.



# A Anhang

## A.1 Termschema von $^{87}\text{Rb}$



## A.2 Daten von $^{87}\text{Rb}$

Kernladungszahl	Z	37
Nukleonenzahl	Z+N	87
Kernspin	I	3/2
Wellenlänge der $D_1$ -Linie im Vakuum	$\lambda_{D_1}$	794.979 nm
Wellenlänge der $D_2$ -Linie im Vakuum	$\lambda_{D_2}$	780.246 nm
Natürliche Linienbreite des $D_1$ -Übergangs	$\Gamma_{D_1}$	$2\pi \times 5,747$ MHz
Natürliche Linienbreite des $D_2$ -Übergangs	$\Gamma_{D_2}$	$2\pi \times 6.066$ MHz
Lebensdauer des $5^2P_{1/2}$ Zustandes	$\tau_{D_1}$	27.70 ns
Lebensdauer des $5^2P_{3/2}$ Zustandes	$\tau_{D_2}$	26.24 ns
Hyperfeinaufspaltung des Grundzustandes $5S_{1/2}$	$\nu_{HFS}$	6,835 MHz
$D_1$ ( $J = 1/2- \rightarrow J' = 1/2$ ) reduziertes Dipol-Matrix-Element	$\langle J    er    J' \rangle$	$2.537(3) \times 10^{-29} C * m$

Abbildung A.2: Physikalische Eigenschaften von  $^{87}\text{Rb}$  [31]

## A.3 Optische Bloch Gleichungen für ein Vier-Niveau-System

### A.3.1 Vier-Niveau-Modell zur Bestimmung der Transfereffizienz des Zustands $|a\rangle$

Die Dichtematrix des in Abbildung 4.4 a) dargestellten Vier-Niveau-Modells zur Bestimmung der Transfereffizienz des Zustands  $|a\rangle$  ist gegeben durch:

$$\rho(t) = \begin{pmatrix} \rho_{dd} & \rho_{db} & \rho_{da} & \rho_{de} \\ \rho_{bd} & \rho_{bb} & \rho_{ba} & \rho_{be} \\ \rho_{ad} & \rho_{ab} & \rho_{aa} & \rho_{ae} \\ \rho_{ed} & \rho_{eb} & \rho_e & \rho_{ee} \end{pmatrix}$$

Die Energien  $E_a, \dots$  der Zustände  $|a\rangle, |b\rangle, |e\rangle, |d\rangle$  entsprechen den Energien der korrespondierenden Zustände von  $^{87}\text{Rb}$ . Im Schrödinger Bild ist der Hamilton-Operator des Vier-Niveau-Modells unter dem Einfluss der Lichtfelder  $\Omega_a$  und  $\Omega_b$  mit den Frequenzen  $\omega_a$  und  $\omega_b$  und der relativen Phase  $\phi$ , gegeben durch:

	$a \leftrightarrow e$	$a \leftrightarrow d$	$b \leftrightarrow e$	$b \leftrightarrow d$
$Q$	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	$\sqrt{\frac{1}{12}}$	$\sqrt{\frac{1}{4}}$	$\sqrt{\frac{1}{4}}$

Tabelle A.1: Faktoren  $Q$  für die Übergänge des Vier-Niveau-Modells  $|a\rangle, |b\rangle, |e\rangle, |d\rangle$  zur Berechnung der Zerfallsraten  $\gamma$  und der Rabi-Frequenzen  $\Omega$ .

$$H(t) = H_0 + H_{int}(t) = \begin{pmatrix} E_d & -\frac{1}{2}\hbar\Omega_{db}e^{-i\omega_b t - i\phi} & -\frac{1}{2}\hbar\Omega_{da}e^{-i\omega_a t} & 0 \\ -\frac{1}{2}\hbar\Omega_{db}e^{i\omega_b t + i\phi} & E_b & 0 & -\frac{1}{2}\hbar\Omega_{eb}e^{i\omega_b t + i\phi} \\ -\frac{1}{2}\hbar\Omega_{da}e^{i\omega_a t} & 0 & E_a & \frac{1}{2}\hbar\Omega_{ea}e^{i\omega_a t} \\ 0 & -\frac{1}{2}\hbar\Omega_{eb}e^{-i\omega_b t - i\phi} & \frac{1}{2}\hbar\Omega_{ea}e^{-i\omega_a t} & E_e \end{pmatrix}$$

Der spontanen Zerfall der Zustände  $|e\rangle, |d\rangle$  in die Zustände  $|a\rangle, |b\rangle$  wird berücksichtigt durch:

$$R(t) = \begin{pmatrix} (-\gamma_{db} - \gamma_{da})\rho_{dd} & -\frac{1}{2}(\gamma_{db} + \gamma_{da})\rho_{db} & -\frac{1}{2}(\gamma_{db} + \gamma_{da})\rho_{da} & 0 \\ -\frac{1}{2}(\gamma_{db} + \gamma_{da})\rho_{bd} & \gamma_{db}\rho_{dd} + \gamma_{eb}\rho_{ee} & 0 & -\frac{1}{2}(\gamma_{eb} + \gamma_{ea})\rho_{be} \\ -\frac{1}{2}(\gamma_{db} + \gamma_{da})\rho_{ad} & 0 & \gamma_{da}\rho_{dd} + \gamma_{ea}\rho_{ee} & -\frac{1}{2}(\gamma_{ea} + \gamma_{eb})\rho_{ea} \\ 0 & -\frac{1}{2}(\gamma_{eb} + \gamma_{ea})\rho_{ea} & -\frac{1}{2}(\gamma_{eb} + \gamma_{ea})\rho_{ea} & (-\gamma_{eb} - \gamma_{ea})\rho_{ee} \end{pmatrix}$$

Die Zerfallsraten  $\gamma_{db}, \dots$  und die Rabi Frequenzen  $\Omega_{db}, \dots$  ergeben sich nach Gleichung 2.14 und 2.15 und hängen von den dort erklärten  $Q$ -Faktoren ab. Die Rabi Frequenzen hängen zudem von den Intensitäten der Lichtpulse  $\Omega_a$  und  $\Omega_b$  ab. Die Faktoren  $Q$  für die Übergänge des Vier-Niveau-Modells sind in Tabelle A.1 dargestellt und entsprechen den  $Q$ -Faktoren für die entsprechenden Übergänge von  $^{87}\text{Rb}$  [14, 31].

Die optischen Bloch-Gleichungen im Schrödinger-Bild sind gegeben durch:

$$\frac{d}{dt}\rho(t) = -\frac{i}{\hbar}[H(t), \rho(t)] + R(t)$$

### A.3.2 Vier-Niveau-Modell zur Bestimmung der Transfereffizienz des Zustands $|n\rangle$

Die Dichtematrix des in Abbildung 4.4b) dargestellten Vier-Niveau-Modells zur Bestimmung der Transfereffizienz des Zustands  $|n\rangle$  ist gegeben durch:

### A.3 Optische Bloch Gleichungen für ein Vier-Niveau-System

	$n \leftrightarrow o$	$q \leftrightarrow o$	$p \leftrightarrow o$	
$Q$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\sqrt{\frac{1}{3}}$	

Tabelle A.2: Faktoren  $Q$  für die Übergänge des Vier-Niveau-Modells  $|n\rangle, |o\rangle, |p\rangle, |q\rangle$  zur Berechnung der Zerfallsraten  $\gamma$  und der Rabi-Frequenz  $\Omega$ .

$$\rho(t) = \begin{pmatrix} \rho_{nn} & \rho_{no} & \rho_{np} & \rho_{nq} \\ \rho_{on} & \rho_{oo} & \rho_{op} & \rho_{oq} \\ \rho_{pn} & \rho_{po} & \rho_{pp} & \rho_{pq} \\ \rho_{qn} & \rho_{qo} & \rho_{qp} & \rho_{qq} \end{pmatrix}$$

Die Energien  $E_n, \dots$  der Zustände  $|n\rangle, |o\rangle, |p\rangle, |q\rangle$  entsprechen den Energien der korrespondierenden Zustände von  $^{87}\text{Rb}$ . Im Schrödinger Bild ist der Hamilton-Operator des Vier-Niveau-Modells unter dem Einfluss der Lichtfelder  $\Omega_a$  und  $\Omega_b$  mit den Frequenzen  $\omega_a$  und  $\omega_b$  und der relativen Phase  $\phi$ , gegeben durch:

$$H(t) = H_0 + H_{int}(t) = \begin{pmatrix} E_n & -\frac{1}{2}\hbar\Omega_{no}e^{-i\omega_a t} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2}\hbar\Omega_{on}e^{i\omega_a t} & E_o & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_q \end{pmatrix}$$

Das Lichtfeld  $\Omega_b$  koppelt hier an keinen Übergang. Der spontane Zerfall des Zustands  $|o\rangle$  in die Zustände  $|n\rangle, |p\rangle, |q\rangle$  wird berücksichtigt durch:

$$R(t) = \begin{pmatrix} \gamma_{on}\rho_{oo} & -\frac{1}{2}\gamma_o\rho_{no} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2}\gamma_o\rho_{on} & -\gamma_o\rho_{oo} & -\frac{1}{2}\gamma_o\rho_{op} & -\frac{1}{2}\gamma_o\rho_{oq} \\ 0 & -\frac{1}{2}\gamma_o\rho_{po} & \gamma_{op}\rho_{oo} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2}\gamma_o\rho_{qo} & 0 & \gamma_{oq}\rho_{oo} \end{pmatrix}$$

hierbei ist die Zerfallsrate des angeregten Zustands  $|o\rangle$  ausgedrückt durch  $\gamma_o = \gamma_{on} + \gamma_{op} + \gamma_{oq}$ . Die Zerfallsraten  $\gamma_{on}, \dots$  und die Rabi Frequenz  $\Omega_{on}$  ergeben sich nach Gleichung 2.14 und 2.15. Die Rabi Frequenz hängt von der Intensität des Lichtpulses  $\Omega_a$  ab. Die Faktoren  $Q$  für die Übergänge des Vier-Niveau-Modells sind in Tabelle A.2 dargestellt und entsprechend den  $Q$ -Faktoren für die entsprechenden Übergänge von  $^{87}\text{Rb}$  [14, 31].

# Literaturverzeichnis

- [1] A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen, *Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?* Phys. Rev. 47, 777-780, 1935
- [2] J. S. Bell, *On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox*, Physics 1, 195, 1964.
- [3] S. J. Freedman, J. F. Clauser *Experimental test of local hidden-variable theories*, Phys. Rev. Lett. 938-941 1972
- [4] J. F. Clauser, A. Shimony *Bell's theorem: experimental tests and implications*, Rep. Prog. Phys. 41, 1881-1927 1978
- [5] A. Aspect, P. Grangier, G. Roger, *Experimental tests of realistic local theories via Bell's theorem*, Phys. Rev. Lett. 47, 460-463 1981
- [6] A. Aspect, P. Grangier, G. Roger, *Experimental realisation of Einstein-Podolski-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: A new violation of Bell's inequality*, Phys. Rev. Lett. 49, 91-94 1982
- [7] S. Gröblacher, T. Paterek, R. Kaltenbaek, S. Brukner, M. Dotukowski, M. Aspelmeyer, A. Zeilinger *An experimental test of non-local realism*, Nature 446, 871-875 2007
- [8] E. Santos. *Constraints for the violation of the Bell inequality in Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm experiments*, Phys. Lett. A, 200, 1-6 , 1995.
- [9] G. Weihs, T. Jennewein, C. Simon, H. Weinfurter, A. Zeilinger *Violation of Bell's inequality under strict Einstein locality conditions*, Phys. Rev. Lett. 81, 5039-5043, 1998
- [10] P. Pearle. *Hidden-variable example based upon data rejection*, Phys. Rev. D, 2, 1418-1425, 1970.

- 
- [11] M. A. Rowe, D. Kielpinsky, V. Meyer, C.A. Sacket, W. M. Itano, C. Monroe, D.J. Wineland, *Experimental violation of Bell's inequality with efficient detection*, Nature 409, 791-794, 2001
- [12] D. N. Matsukevich, P. Maunz, D. L. Moehring, S. Olmschenk, C. Monroe *Bell inequality violation with two remote atomic qubits*, Phys. Rev. Lett. 100, 150404 2008
- [13] M. Weber *Quantum optical experiments towards atom-photon entanglement*, Doktorarbeit, Ludwig-Maximilians-Universität München, 2005
- [14] J. Volz *Atom-photon entanglement*, Doktorarbeit, Ludwig-Maximilians-Universität München, 2006
- [15] M. Zukowski, A. Zeilinger, M.A. Horne, A.K. Ekert, *Event-ready-detectors, Bell experiment via entanglement swapping*, Phys. Rev. Lett. 71, 4287 - 4290 1993
- [16] J. Oreg, F.T. Hioe and J.H. Eberly. *Adiabatic following in multilevel systems*, Phys. Rev. A, 29:690-697, 1984
- [17] T.A. Laine and S. Stenholm. *Adiabatic processes in three-level systems*, Phys. Rev. A, 53:2501-2512, 1996
- [18] N.V. Vitanov and S. Stenholm. *Analytic properties and effective two-level problems in stimulated Raman adiabatic passage*, Phys. Rev. A, 55:648-660, 1997
- [19] J.R.Kuklinski, U. Gaubatz, F.T. Hioe and K. Bergmann. *Adiabatic population transfer in a three-level system driven by delayed laser pulses*, Phys. Rev. A 40:6741-6744, 1989
- [20] J. Volz, M. Weber, D. Schlenk, W. Rosenfeld, J. Vrana, K. Saucke, C. Kurtsiefer, H. Weinfurter, *Observation of Entanglement of a Single Photon with a Trapped Atom*. Phys. Rev. Lett. 96, 030404 2006
- [21] F. Hocke *Long Distance Atom Photon Entanglement* Diplomarbeit, Ludwig-Maximilians-Universität München, 2007
- [22] J. J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1993
- [23] F. Schwabl, *Quantenmechanik*, Springer Verlag, Berlin, 2005
- [24] A. Schenzle, *Vorlesung Quantenmechanik I*, München, SoSe 2004, unpublished

- [25] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg *Atom-Photon interaction* Wiley-Interscience, 1998
- [26] D. Schlenk. *Atom-Photon Verschränkung*. Diplomarbeit, Ludwig-Maximilians-Universität München, 2004.
- [27] I. Prigogine, *Vom Sein zum Werden*, Piper, München, 1979
- [28] H. J. Metcalf, P. van der Straten, *Laser cooling and trapping*, Springer Verlag, New York, 1999
- [29] M. O. Scully and M. Zubairy. *Quantum Optics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1997
- [30] B. W. Shore, *The theory of coherent atomic excitation*, Wiley, New York, 1990
- [31] Daniel A. Steck, *Rubidium 87 D Line Data*, Theoretical Division (t-8), Los Alamos National Laboratory 2001
- [32] T. Mayer-Kuckuk, *Atomphysik*, B.G. Teubner Stuttgart, 1985
- [33] Christian Jakob *Zustandspräparation einzelner Atome* Diploma thesis, Ludwig-Maximilians-Universität München, 2008
- [34] M.V. Klein, T.E. Furtak *Optik*, Springer Verlag, Berlin, 1988
- [35] R. Grimm, M. Weidemüller, Y. Ovchinnikov *Optical dipole traps for neutral atoms*, arXiv:physics/9902072v1 , 1999
- [36] N. Schlosser, G. Reymond, P. Grangier Collisional blockade in microscopic optical dipole traps *Collisional blockade in microscopic optical dipole traps*, Phys. Rev. Lett. 89, 230051-230055, 1998
- [37] S.J.M. Kuppens, K.L. Corwin, K.L. Miller, T.E. Chupp and C.E. Wiemann. *Loading an optical dipole trap*, Cambridge Phys. Rev. A, 62:013406, 2000
- [38] M. Krug *Atomic traps for efficient state detection of a single atom* Diploma thesis, Ludwig-Maximilians-Universität München, 2007
- [39] K. Saucke *Optische Dipolefalle für Einzelatome* Diplomarbeit, Ludwig-Maximilians-Universität München, 2002

- 
- [40] F. Vewinger, M. Heinz, R.G. Fernandez, V. Vitanov and K. Bergmann. *Creation and measurement of a coherent superposition of quantum states*, Phys. Rev. Lett., 91:213001, 2003
- [41] G. Coulston and K. Bergmann *Population Transfer by Stimulated Raman Scattering with Delayed Pulses: Analytical Results for Multilevel Systems* J. Chem. Phys. 96, 3467-3475 1991
- [42] K.B. MacAdam, A. Steinbach, C. Wieman *A narrow-band tunable diode laser system with grating feedback, and a saturated absorption spectrometer for Cs and Rb* American Journal of Physics, Volume 60, Issue 12, pp. 1098-1111 1992
- [43] L. Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, B. Buletic, W. König, T.W. Hänsch, *A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics* Optics Communications 117, 541-549, 1995
- [44] S. L. Braunstein, A. Mann, and M. Revzen. Maximal violation of Bell inequalities for mixed states. *Phys. Rev. Lett.*, 68, 3259-3261, 1992
- [45] H. Haken, H. C. Wolf *Atom- und Quantenphysik* Springer Verlag, Heidelberg, 2000
- [46] Christopher Davis *Lasers and Electro-Optics*, Cambridge University press, Cambridge, 1996
- [47] S. Chu, J. E. Bjorkholm, A. Ashkin, and A. Cable. *Experimental observation of optically trapped atoms*, Phys. Rev. Lett. 57,314-317, 1986
- [48] Markus Weber, Jurgen Volz, Karen Saucke, Christian Kurtsiefer, and Harald Weinfurter. *Analysis of a single-atom dipole trap*, Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics) 73(4), 043406, 2006

# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die mich bei dieser Arbeit sowohl inhaltlich als auch moralisch unterstützt haben. Mein besonderer Dank gilt hierbei:

- Harald Weinfurter für die physikalischen Diskussionen und für sein Verständnis dafür, dass ich bei manchen Sachen etwas länger gebraucht habe.
- Markus Weber für seine ansteckende Begeisterung für die Physik und für so manches Gespräch, was über die Physik hinaus ging.
- Wenjamin Rosenfeld für seine ehrliche Art, und seiner Hilfe vor allem bei theoretischen Problemen.
- Florian Henkel für die gute Betreuung in der Anfangszeit, die konstruktive Kritik während der gesamten Arbeit und dafür, dass Du mich zu dieser Arbeit motiviert hast.
- Christian Jakob für die Zusammenarbeit und für seine ansteckend gelassene Art im Umgang mit der Physik und vielem anderen.
- Jürgen Volz, von dem ich dank seines intuitiven Verständnisses der Physik viel lernen konnte.
- Michael Krug für seine Hilfsbereitschaft und seine niederbayerische, direkte Art die jedes Missverständnis ausschließt.
- Fred Hocke für die lustige Zusammenarbeit während unseres Studiums und der Diplomarbeit.
- Juliane, Chunlang, Daniel und Jan für die netten Gespräche beim Mittagessen.
- Den "Kryptos" für die Hilfe bei so manchem Computerproblem.
- Gabi, Nicole und Toni für die Hilfe bei organisatorischen und technischen Fragen.

- Benne für die Unterstützung bei der Erstellung der Grafiken dieser Arbeit.
- Meiner Familie und all meinen Freunden dafür, dass es euch gibt.