

# Interferometrie mit mehreren Freiheitsgraden

Bachelorarbeit  
FAKULTÄT FÜR PHYSIK  
LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN  
Prof. Dr. Harald Weinfurter



Daniela Claudia Tyroller

06. September 2011



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Theoretischer Hintergrund</b>	<b>7</b>
2.1	Das EPR-Paradoxon (1935) . . . . .	7
2.2	Bell's Theorem (1964) . . . . .	8
2.3	Nichtkontextualität . . . . .	9
2.4	Verschränkung (Entanglement) . . . . .	9
2.5	Hyperentanglement . . . . .	10
2.6	Präparation und Analyse von Hyperentanglement mit Interferometern . . . . .	11
2.6.1	Erzeugung von Hyperentanglement im verwendeten Aufbau . . . . .	11
2.6.2	Analyse des erzeugten Zustandes . . . . .	12
2.7	Tomographie nach James . . . . .	12
<b>3</b>	<b>Experiment</b>	<b>15</b>
3.1	Aufbau des Interferometers . . . . .	15
3.2	Justage des Interferometers . . . . .	16
3.2.1	Justage des Strahlüberlapps . . . . .	16
3.2.2	Justage der Platten und Armlängenabgleich . . . . .	18
3.2.3	Justage der Einkopplung hinter dem PBS . . . . .	19
3.3	Charakterisierung des Interferometers . . . . .	19
3.3.1	Charakterisierung der einzelnen optischen Komponenten . . . . .	19
3.3.2	Visibility . . . . .	20
3.3.3	Stabilität . . . . .	20
3.4	Zustandstomographie . . . . .	22
<b>4</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>27</b>
<b>5</b>	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>29</b>
<b>6</b>	<b>Anhang</b>	<b>31</b>



# 1 Einführung

Qubits sind quantenmechanische Zwei-Niveau-Systeme, die vor allem in der Quanteninformationsverarbeitung von essenzieller Bedeutung sind. Sie stellen das Analogon zu einem, in der klassischen Computerverarbeitung verwendeten Bit, dar. Qubits können im Gegensatz zum klassischen Bit nicht nur die Zustände  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  annehmen, sondern auch deren Superpositionen:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (1.1)$$

$$\text{mit } |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad \text{und} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{C}$$

Mit mehreren Qubits lassen sich sogenannte verschränkte Zustände erzeugen, die in der Quantenkryptographie und in anderen Gebieten der Quanteninformationsverarbeitung Anwendung finden. Allerdings wird zum Beispiel für Anwendungen von Quanten Computation eine sehr große Anzahl von Qubits benötigt, um komplexe Rechenoperationen durchzuführen. Diese kann man auch kodieren, indem man mehrere Freiheitsgrade eines Teilchens benutzt. Dies wird Hyperentanglement genannt.

Ziel der Arbeit ist der Aufbau, sowie die Charakterisierung eines Interferometers, das dazu genutzt wird Hyperentanglement zwischen den zwei verwendeten Freiheitsgraden der Polarisation und des Weges zu realisieren. Dabei werden die beiden räumlichen Moden des Interferometers mit dem Polarisationszustand verschränkt. Die räumlichen Moden werden durch einen Calcit-Kristall erzeugt, der den Strahl in zwei unterschiedliche zueinander zeitlich verzögerte Strahlen teilt. Zur Analyse werden die beiden Strahlen in einem zweiten Calcit-Kristall wieder überlagert. Nun wird die Visibility gemessen und eine Zustandstomographie des erzeugten Zustandes gemacht, die zeigt, wie gut der präparierte Zustand mit dem theoretischen Zustand übereinstimmt.



## 2 Theoretischer Hintergrund

### 2.1 Das EPR-Paradoxon (1935)

Nach A.Einstein, B.Podolsky und N.Rosen ist eine vollständige Theorie nur dann gewährleistet, wenn zu jedem Element in der physikalischen Realität ein entsprechendes Element in der physikalischen Theorie existiert [1]. Die Bedingung für die Existenz einer physikalischen Realität eines Wertes ist, dass man mit einer Wahrscheinlichkeit von 1 (d.h. mit Sicherheit) voraussagen kann, welchen Wert diese physikalische Größe annimmt, ohne das System irgendwie zu stören [1]. Daraus folgt, ihrer Argumentation nach, dass die Beschreibung eines quantenmechanischen Systems mithilfe der Wellenfunktion  $\Psi$  nicht vollständig ist.

Um das Argument zu verdeutlichen, betrachten wir zwei Teilchen, die sich so voneinander entfernen, dass ihre transversale Position stets korreliert. Ihr Zustand kann folgendermaßen beschrieben werden:

$$|EPR\rangle = \int dx |x\rangle_A |x\rangle_B \quad (2.1)$$

wobei die Indizes das betreffende Teilchen angeben und  $|x\rangle_A$  der Ortseigenzustand des Teilchens A ist und  $|x\rangle_B$ , der des Teilchens B. Wird nun eine Messung gemacht und man erhält für das Teilchen A  $x$ , muss das Teilchen B ebenfalls am Ort  $x$  sein. Durch die Beschreibung des Zwei-Photonen-Zustands im Impulsraum lassen sich ähnliche Korrelationen beschreiben:

$$|EPR\rangle = \int dp |p\rangle_A |-p\rangle_B \quad (2.2)$$

wobei die Indizes wieder das betreffende Teilchen angeben und  $|p\rangle_A$  der Impulseigenzustand des Teilchens A ist und  $|-p\rangle_B$ , der des Teilchens B. Wie man sieht, verhält sich der Impuls genau anti-korreliert, sodass man, wenn man bei Messung von Teilchen A  $p$  bekommt, für Teilchen B  $-p$  erhält. Diese Aussage verletzt die Heisenbergsche Unschärferelation, die besagt, dass bei Beeinflussung des Teilchens A, die Messwerte für den Ort und den Impuls von Teilchen B unverändert bleiben. Außerdem ist es nicht möglich Ort und Impuls des Teilchens B, bei Messung des Teilchens A, gleichzeitig exakt zu bestimmen. Das EPR-Paradoxon zeigt aber, dass man bei Messung des Ortes und des Impulses des Teilchens A, den Impuls und den Ort des Teilchens B exakt bestimmen kann, was einen Widerspruch zur Heisenbergschen Unschärferelation liefert.

## 2.2 Bell's Theorem (1964)

Es ist der Verdienst John Bells ein Theorem hergeleitet zu haben, das eben diese Eigenschaften eines quantenmechanischen Systems beschreibt und einen experimentell nachweisbaren Widerspruch zur klassischen Physik herleiten kann.

Dazu führt er eine Variable  $\lambda$  ein, die sowohl Funktion, wie auch diskrete oder kontinuierliche Variable sein kann. Mit deren Hilfe kann der Zustand eines Systems vollständig beschrieben werden. Für ein Teilchenpaar, an dem die Messungen zur Observable A und B durchgeführt werden, das die oben erwähnten Eigenschaften besitzt und von der Variablen  $\lambda$  abhängt, gilt:

$$|A(\vec{a}, \lambda)| = |B(\vec{b}, \lambda)| = \pm 1 \quad (2.3)$$

Der Erwartungswert für eine Korrelationsmessung ergibt sich zu:

$$E(\vec{a}, \vec{b}) = \int A(\vec{a}, \lambda)B(\vec{b}, \lambda)\rho(\lambda)d\lambda \quad (2.4)$$

wobei für  $\rho(\lambda)$  gilt:

$$\int d\lambda\rho(\lambda) = 1 \quad (2.5)$$

und  $\rho(\lambda)$  die zu  $\lambda$  gehörende Wahrscheinlichkeitsverteilung ist. Da man für den Zustand (2.2), wie oben bereits erwähnt eine Antikorrelation erwartet, muss gelten:

$$A(\vec{a}, \lambda) = -B(\vec{b}, \lambda) \quad (2.6)$$

Aus diesen Bedingungen lässt sich nun die Bellsche Ungleichung herleiten:

$$|E(\vec{a}, \vec{b}) - E(\vec{a}, \vec{c})| \leq 1 + E(\vec{b}, \vec{c}) \quad (2.7)$$

Ein Widerspruch zur Quantenmechanik lässt sich verdeutlichen, wenn der quantenmechanische Erwartungswert für die Zwei-Teilchen-Korrelationsfunktion betrachtet wird:

$$E_{QM}(\vec{a}, \vec{b}) = -\vec{a} \cdot \vec{b} = -\cos(\phi) \quad (2.8)$$

wobei  $\phi$  der Winkel zwischen den Einheitsvektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  ist. Daraus lassen sich nun Widersprüche zur Gleichung (2.7) berechnen.

Die maximale Verletzung erhält man, wenn man  $(\vec{a}, \vec{b}) = (\vec{b}, \vec{c}) = 60^\circ$  wählt, damit ist  $(\vec{a}, \vec{c}) = 120^\circ$ . Somit ergibt Gleichung (2.7):

$$|-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}| \not\leq 1 + (-\frac{1}{2}) \quad (2.9)$$

Der Widerspruch zur Quantenmechanik ist gezeigt.

Bis jetzt bestätigen alle Experimente, dass die Quantenmechanik den Zustand vollständig beschreibt. Leider erlaubt keines den direkten Test der Ungleichung [6], da keines nahe genug an das Gedankenexperiment von Einstein, Podolsky und Rosen herankam. Es existieren drei Schlupflöcher, die Detektoreffizienz, die räumliche Korrelation und das Lokalitätsproblem [17]. Bis zum heutigen Zeitpunkt ist es keinem Experiment gelungen, alle Schlupflöcher gleichzeitig zu schließen.

Es kann davon ausgegangen werden, dass ein quantenmechanischer Zustand mithilfe der Wellenfunktion vollständig beschrieben werden kann.

## 2.3 Nichtkontextualität

Bisher wurde immer angenommen, dass die beiden Teilchen unter keinen Umständen miteinander wechselwirken. In den Verborgenen-Variablen-Theorien nimmt man nun aber an, dass das vorherbestimmte Ergebnis einer Messung nicht davon abhängt, welche andere Observable gleichzeitig dazu gemessen wird [2]. Wobei die verschiedenen Observablen A, B, C miteinander kommutieren müssen, um gleichzeitig messbar zu sein. Das heißt, das Messergebnis von Messung A sollte identisch bleiben, wenn man zwei andere mit A kommutierende Observablen D, E misst. Diese müssen aber nicht unbedingt ebenfalls mit B, C kommutieren. Diese Annahme kennt man unter dem Begriff Nichtkontextualität.

Mithilfe der Bellschen Ungleichungen lässt sich ein Widerspruch zwischen den nicht-kontextuellen Verborgenen-Variablen-Theorien und der Quantenmechanik zeigen. Dazu müssen nicht perfekte Korrelationen (d.h.  $|E(\vec{a}, \vec{b})| < 1$ ) betrachtet werden. Man kann hier also nicht direkt das Ergebnis einer zweiten Messung vorhersagen, sondern nur statistische Aussagen treffen. Die Bellsche Ungleichung liefert nur bei unendlich vielen Messungen eine statistisch exakte Lösung. D.Greenberger, M.Horne und A.Zeilinger zeigen 1989 allerdings, dass bei einem Zustand aus drei verschränkten Teilchen, dem sogenannten GHZ-Zustand, vier Messungen genügen, um einen Widerspruch zwischen EPR und der Quantenmechanik zu bekommen. Dies lässt sich mithilfe der Verletzung der Nichtkontextualitäts-Eigenschaft dieser Zustände überprüfen [7].

## 2.4 Verschränkung (Entanglement)

Ein verschränkter Zustand ergibt sich durch die kohärente Superposition zweier Zustände. Diese verschränkten Zustände lassen sich in keiner Basis als Tensorprodukt aus den Einzelzuständen  $|\phi\rangle_1$  und  $|\phi\rangle_2$  der beiden Photonen ausdrücken [5]:

$$|\psi\rangle \neq |\phi\rangle_1 \otimes |\phi\rangle_2 \quad (2.10)$$

Solche Zustände lassen sich zum Beispiel durch Tomographie des erzeugten Zustandes nachweisen.

Ein verschränkter Zustand kann durch spontane parametrische Fluoreszenz erzeugt werden. Man unterscheidet zwei unterschiedliche Arten von spontaner parametrischer Fluoreszenz:

**Typ I:** Die Quelle besteht aus einem einachsigen Kristall, der so ausgerichtet ist, dass der Pumpstrahl außerordentlich und die Fluoreszenzphotonen ordentlich polarisiert sind.

**Typ II:** Bei dieser Quelle ist der Kristall so ausgerichtet, dass der Pumpstrahl wieder außerordentlich polarisiert ist. Ein Fluoreszenzphoton ist jetzt ordentlich und das andere außerordentlich polarisiert, das heißt, sie sind orthogonal zueinander polarisiert.

## 2 Theoretischer Hintergrund

Bei diesem Prozess gilt Energie- und Impulserhaltung:

$$\omega_{pump} = \omega_s + \omega_i \quad (2.11)$$

$$\vec{k}_{pump} = \vec{k}_s + \vec{k}_i \quad (2.12)$$

wobei der Index s für „signal“ und der Index i für „idler“ steht. Wegen der Impulserhaltung liegen die beiden Fluoreszenzphotonen entlang zweier Kegel.

Die Photonen, die entlang der Schnittgeraden der beiden Kegel liegen, können nicht eindeutig einem der Kegel zugeordnet werden. Man unterscheidet hier:

**kollinearer Fall:** Die Kegel berühren sich entlang einer Geraden.

**nichtkollinearer Fall:** Der Winkel der Kegelachsen sowie der Öffnungswinkel der Kegel [3] hängt vom Winkel zwischen dem Pumpwellenvektor  $\vec{k}_{pump}$  und der optischen Achse des Kristalls ab.

Man hat ein großes Spektrum der Photonen, was auf der Tatsache beruht, dass die Wellenvektoren  $\vec{k}_s$  und  $\vec{k}_i$  der Dispersionsrelation<sup>1</sup> im Medium des Kristalls erliegen. Diese führt bei den verwendeten doppelbrechenden Kristallen zu Spektren im Bereich von 40nm für Typ I Down Conversion [18]. Dies beeinflusst die Kohärenzlänge  $l_c = \tau_c \cdot c$ , die sehr klein wird, was im Experiment problematisch ist, wie im Abschnitt 3.2.2 erklärt wird.

## 2.5 Hyperentanglement

Bei Hyperentanglement werden mehrere Freiheitsgrade eines Teilchens genutzt, um Zustände zu erzeugen, die die gleiche Hilbertraumstruktur aufspannen, wie multiphotonverschränkte Zustände. Die verschiedenen Freiheitsgrade kommutieren gemäß der Quantenmechanik miteinander, erfüllen also die Annahmen einer nichtkontextuellen Theorie. So ist es, beispielsweise möglich den Polarisationszustand und die räumliche Mode eines Photons zu verschränken:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_p|a\rangle_r + |V\rangle_p|b\rangle_r) \quad (2.13)$$

Dabei sind a und b die unterschiedlichen Wege der Strahlen in einem doppelbrechenden Kristall, wobei Weg b durch den längeren Weg im Kristall eine Zeitverzögerung erhält, r bezeichnet den Zustand der räumlichen Mode und p den Polarisationszustand. Dieser Zustand verhält sich wie ein verschränkter Zustand.

So lässt sich auch der im Abschnitt 2.3 erwähnte GHZ-Zustand erzeugen. Dazu werden in einem Interferometer zwei Qubits erzeugt und mit einem dritten Qubit, welches das Interferometer nicht durchläuft, verschränkt.

Damit erkennt man, dass Hyperentanglement es auf einfache Weise erlaubt den Hilbertraum von Mehrphotonensystemen zu erweitern, ohne dabei sehr aufwendig die Anzahl der Teilchen im System erhöhen zu müssen.

---

<sup>1</sup>Die allgemeine Dispersionsrelation für Licht ist gegeben durch:  $\vec{k}_s = \frac{n_s \omega_s}{c} = \frac{\omega_s}{v_{Phase}}$

## 2.6 Präparation und Analyse von Hyperentanglement mit Interferometern

### 2.6.1 Erzeugung von Hyperentanglement im verwendeten Aufbau

Im Interferometer werden zwei Strahlen, die unterschiedliche Wege im Interferometer zurücklegen, kohärent überlagert, sodass Interferenz zu beobachten ist. Die beiden Strahlen entstehen durch Aufspaltung eines Strahls. Im Interferometer kann Hyperentanglement erzeugt werden, indem man die Aufspaltung in zwei räumliche Moden polarisationsabhängig macht. In dieser Arbeit wird der eingekoppelte Strahl durch einen doppelbrechenden Kristall in zwei räumliche Moden mit einem zeitlichen Versatz zueinander getrennt. Dies ist möglich, da in einem doppelbrechenden Kristall der ordentliche und der außerordentliche Strahl unterschiedliche Brechungsindizes erfahren und somit unterschiedliche Geschwindigkeiten im Kristall haben. Die zeitliche Verzögerung beträgt maximal

$$\delta t = \frac{d}{c} \cdot |n_o - n(\theta_p) \cos(\theta_p - \theta_e)| \quad (2.14)$$

mit

$$\frac{1}{n^2(\theta_p)} = \frac{\cos^2(\theta_p)}{n_o^2} + \frac{\sin^2(\theta_p)}{n_e^2}. \quad (2.15)$$

Dabei ist  $d$  die Dicke des Kristalls,  $\theta_p$  der Einfallswinkel und  $\theta_e$  der Winkel, der zwischen der optischen Achse des Kristalls und dem Wellenvektor  $\vec{k}_e$  liegt. Koppelt man nun ein Photon im Zustand

$$|Input\rangle_p = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_p + |V\rangle_p) \quad (2.16)$$

ein, erhält man nach dem Kristall den Zustand:

$$|\Psi\rangle_p = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_p |a\rangle_r |t_1\rangle_t + |V\rangle_p |b\rangle_r |t_2\rangle_t) \quad (2.17)$$

Dabei geben  $|a\rangle_r$  und  $|b\rangle_r$  den Weg des Teilchens im Kristall,  $|t_1\rangle_t$  und  $|t_2\rangle_t$  die verschiedenen Zeiten, die die beiden Strahlen im Kristall verweilen, an. Da durch die unterschiedlichen Brechungsindizes die beiden Moden unterscheidbar sind, muss diese Information wieder gelöscht werden. Dies geschieht mit einem weiteren doppelbrechenden Kristall, dessen optische Achse um  $90^\circ$  zur Achse des ersten Kristalls gedreht ist. Dadurch überlagern sich die beiden Strahlen wieder innerhalb der Kohärenzzeit der Photonen und man erhält den Zustand

$$|\Psi\rangle_p = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_p |a\rangle_r + |V\rangle_p |b\rangle_r) \quad (2.18)$$

Am Ende des zweiten Kristalls wurde der transversale Versatz des einen Strahls also kompensiert.

### 2.6.2 Analyse des erzeugten Zustandes

Der präparierte Zustand kann wie folgt berechnet werden:

$$|Input\rangle = (|H\rangle_p + |V\rangle_p)|i\rangle_r \quad (2.19)$$

wobei  $|i\rangle_r$  die räumliche Mode des Eingangssignals ist.

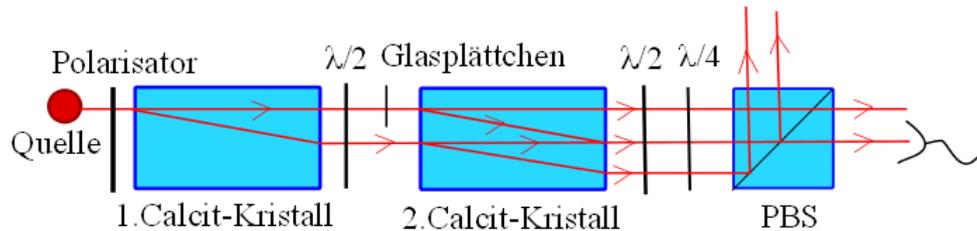


Abbildung 2.1: Schematischer Aufbau des Experiments. Das emittierte Photon aus der Quelle durchläuft das Interferometer und wird an seinem Ausgang analysiert. Die beiden Freiheitsgrade sind die Polarisation und die räumliche Mode im Interferometer.

Im doppelbrechenden Kristall wird nun die Mode in einen H- und einen zeitverzögerten V-Anteil aufgespalten. Danach passieren beide Strahlen eine  $\frac{\lambda}{2}$ -Platte, die auf  $22,5^\circ$  bezüglich der optischen Achse des Kristalls orientiert ist. Damit wird aus dem H-Anteil:

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_p + |V\rangle_p)|a\rangle_r \quad (2.20)$$

und aus dem V-Anteil:

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_p - |V\rangle_p)|b\rangle_r \quad (2.21)$$

Im zweiten Kristall werden diese Strahlen nun wiederum aufgeteilt und der V-Anteil des Zustands  $|+\rangle$  mit dem H-Anteil des Zustands  $|-\rangle$  überlagert, sodass man nach dem zweiten Kristall drei Strahlen sieht. In dieser Arbeit wird aber nur der mittlere, überlagerte Strahl analysiert. Die beiden äußeren Strahlen können prinzipiell mithilfe eines dritten Kristalls ebenfalls überlagert werden. Dies ist jedoch nicht mehr Teil dieser Arbeit. Nach dem zweiten Kristall kann der folgende Zustand analysiert werden:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_p|b\rangle_r + |V\rangle_p|a\rangle_r) \quad (2.22)$$

## 2.7 Tomographie nach James

Um den Zustand zu analysieren, schickt man ihn durch eine  $\frac{\lambda}{2}$ -Platte, durch eine  $\frac{\lambda}{4}$ -Platte und durch einen PBS (engl. für polarization beam splitter). Dieser transmittiert

den H-Anteil und reflektiert den V-Anteil. Für eine Rekonstruktion des präparierten Zustands befassen wir uns mit der Dekomposition [4], wobei hier nur eine knappe Zusammenfassung der wichtigsten Formeln gegeben wird.

Mit Hilfe von 16 Messungen ist es möglich, die Dichtematrix eines Systems zweier Photonen zu berechnen und somit dessen Zustand zu bestimmen. Welche Messungen nötig sind, lässt sich über  $\hat{\mu}_i \otimes \hat{\mu}_j$  berechnen, wobei

$$\hat{\mu}_0 = |H\rangle\langle H| \quad (2.23)$$

$$\hat{\mu}_1 = |V\rangle\langle V| \quad (2.24)$$

$$\hat{\mu}_2 = |+\rangle\langle +| \quad (2.25)$$

$$\hat{\mu}_3 = |R\rangle\langle R| \quad (2.26)$$

und  $|R\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle - i|V\rangle)$  ist.

Zur Berechnung der Dichtematrix sind 16 verschiedene Matrizen  $\hat{M}_v$  nötig, die sich aus der jeweiligen Projektion des Zwei-Photonen-Zustands auf die im folgenden beschriebenen Basen ergeben und die mit den entsprechenden Zählraten  $n_v$  gewichtet werden. Sie besitzen die Eigenschaft:

$$Tr\{\hat{M}_v\} = \begin{cases} 1, & \text{wenn } v = 1, 2, 3, 4 \\ 0, & \text{wenn } v = 5, \dots, 16 \end{cases} \quad (2.27)$$

Die in der Tomographie verwendeten Matrizen  $\hat{M}_v$  sind im Anhang aufgelistet. Die Messungen für die Tomographie sind in folgender Tabelle aufgelistet:

Messung	Basis	Wahrscheinlichkeit
1	$ H\rangle a\rangle$	0,5
2	$ H\rangle b\rangle$	0
3	$ V\rangle b\rangle$	0,5
4	$ V\rangle a\rangle$	0
5	$ R\rangle a\rangle$	0,25
6	$ R\rangle b\rangle$	0,25
7	$ +\rangle b\rangle$	0,25
8	$ +\rangle a\rangle$	0,25
9	$ +\rangle R\rangle$	0,25
10	$ +\rangle +\rangle$	0,5
11	$ R\rangle +\rangle$	0,25
12	$ H\rangle +\rangle$	0,25
13	$ V\rangle +\rangle$	0,25
14	$ V\rangle L\rangle$	0,25
15	$ H\rangle L\rangle$	0,25
16	$ R\rangle L\rangle$	0,5

Der Zustand  $|L\rangle$  ist gegeben durch  $|L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + i|V\rangle)$ . Die Wahrscheinlichkeiten geben für den theoretischen Zustand die Höhe der Wahrscheinlichkeit an, in der angegebenen

## 2 Theoretischer Hintergrund

Basis Zählraten zu messen, normiert auf die Summe der ersten vier Zählraten. Das heißt bei einer Wahrscheinlichkeit von 0,5 wird die höchste Zählrate erwartet und bei einer Wahrscheinlichkeit von 0 die niedrigste. Daraus lässt sich über

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{v=1}^{16} \hat{M}_v n_v}{\sum_{v=1}^4 n_v} \quad (2.28)$$

die Dichtematrix des Zustands berechnen.

# 3 Experiment

## 3.1 Aufbau des Interferometers

Als Pumplaser für das Interferometer dient ein mit Filtern abgeschwächter Diodenlaser mit einer zentralen Wellenlänge von ca.  $\lambda_{pump} = 808nm$ . Der Laserstrahl wird mithilfe einer Single-Mode-Faser in das Interferometer eingekoppelt.

Der Aufbau des Interferometers ist in Abbildung 3.2 anhand eines Fotos dargestellt und in Abbildung 3.1 schematisch.

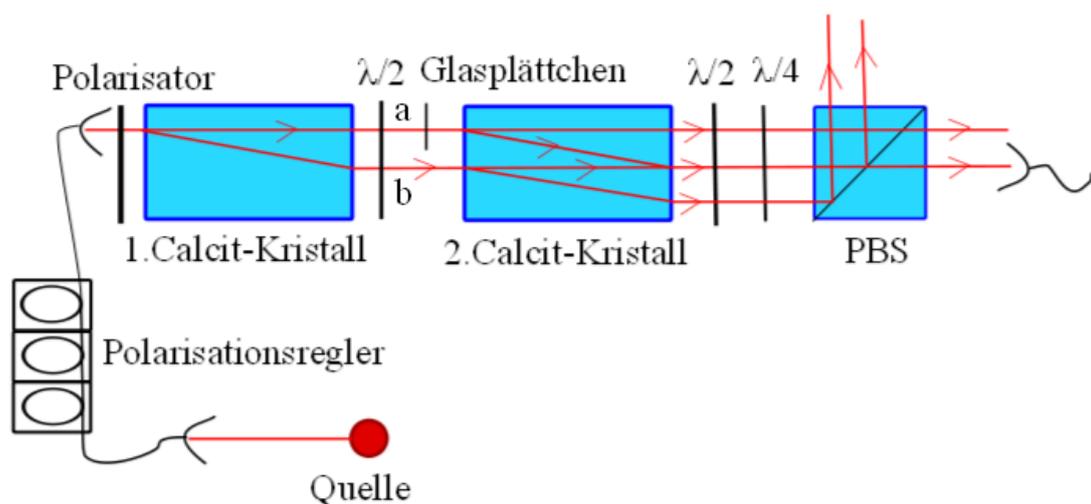


Abbildung 3.1: Schematischer Aufbau des Interferometers. Die Photonen aus der Quelle treffen nach den Polarisationsreglern auf den Polarisator und die doppelbrechenden Kristalle, mit denen das Interferometer konstruiert ist.

Der Strahl trifft auf den Polarisator, der so justiert ist, dass H- und V-Anteil gleich sind, das heißt  $45^\circ$  polarisiertes Licht vorliegt. Nun trifft der Strahl senkrecht auf den ersten doppelbrechenden Kristall, dessen optische Achse um  $45^\circ$  bezüglich der Eintrittsebene orientiert ist. Dort wird er in einen H- und einen zeitverzögerten V-Anteil aufgespalten. Durch die  $\frac{\lambda}{2}$ -Platte auf  $22,5^\circ$  werden die beiden Komponenten wieder auf  $+45^\circ$  und  $-45^\circ$  lineare Polarisation gedreht. Nun passiert der Strahl in Arm a ein dünnes Glasplättchen. Durch Verkippen des Plättchens kann die relative Phase im Interferometer verändert werden. Dies ist notwendig, um den Zustand vollständig zu analysieren. Danach durchlaufen beide Strahlen den zweiten Kristall und die beiden Moden a und b

### 3 Experiment

werden nach ihrer Polarisation aufgespalten:

$$|a\rangle \mapsto |H_a\rangle \text{ und } |V_a\rangle \quad (3.1)$$

$$|b\rangle \mapsto |H_b\rangle \text{ und } |V_b\rangle \quad (3.2)$$

Da der Kristall aber dieselbe Länge hat wie der vorangegangene, überlagern sich der  $V_a$ -Anteil des Strahls in Arm a und der  $H_b$ -Anteil des Strahls in Arm b kohärent. Durch den zweiten Kristall wird gewährleistet, dass beide Moden  $H_b$  und  $V_a$  ununterscheidbar sind, indem ihre zeitliche Verzögerung und der räumliche Versatz ihrer Moden kompensiert werden. Dieser überlagerte Strahl wird nun weiterhin betrachtet. Er wird mithilfe einer  $\frac{\lambda}{2}$ -Platte, einer  $\frac{\lambda}{4}$ -Platte und eines PBS analysiert. Der PBS ist so beschichtet, dass er die H-Anteile des Strahls transmittiert und die V-Anteile reflektiert. Der Strahl, der als H-polarisiertes Licht vom PBS transmittiert wird, wird in eine Single-Mode-Faser eingekoppelt, die mit Einzelphotonen Avalanche Detektoren (APDs) verbunden wird.

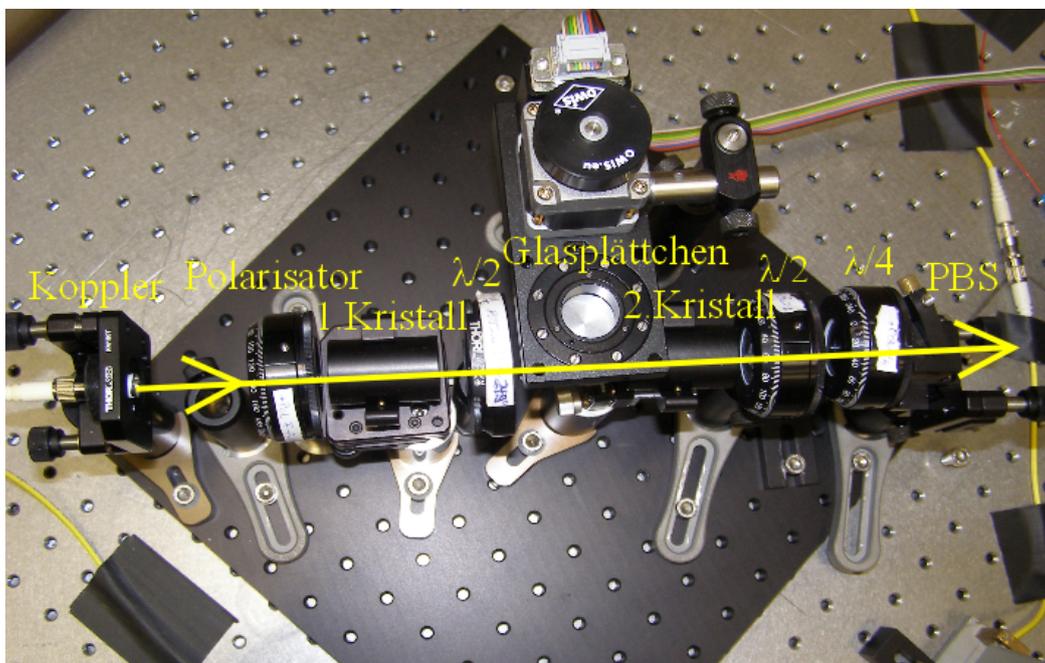


Abbildung 3.2: Foto des Aufbaus im Labor

## 3.2 Justage des Interferometers

### 3.2.1 Justage des Strahlüberlapps

Zuerst wurden beide Kristalle mithilfe eines Polarisators charakterisiert. Die Kristalle werden so einjustiert, dass der V-Anteil des zweiten Kristalls und der H-Anteil des ersten Kristalls jeweils minimal sind, wenn der Polarisator auf  $0^\circ$  steht. Die zwei Strahlen

### 3.2 Justage des Interferometers

überlappen sich hinter dem zweiten Kristall. Jetzt wird mithilfe einer Kamera beobachtet wie gut der Strahlüberlapp ist und gegebenenfalls mithilfe der Drehschrauben des Halters, auf dem der zweite Kristall positioniert ist, fein nachjustiert. Dabei lässt man den ersten Kristall am besten fest und justiert den zweiten Kristall auf den Ersten.

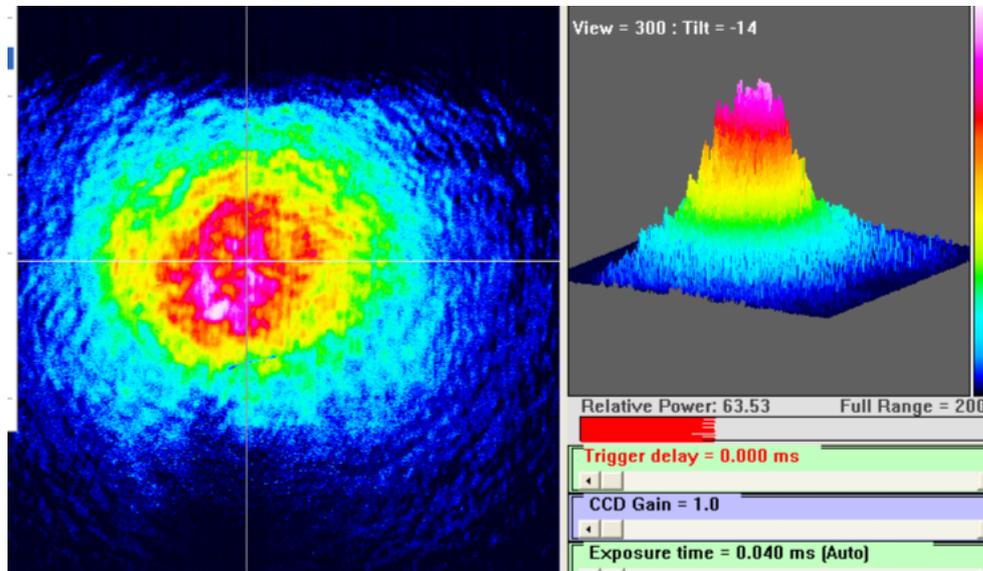


Abbildung 3.3: Foto des Strahls hinter dem transmittierenden Ausgang des PBS

Zum Vergleich noch ein Foto des eingekoppelten Strahls:

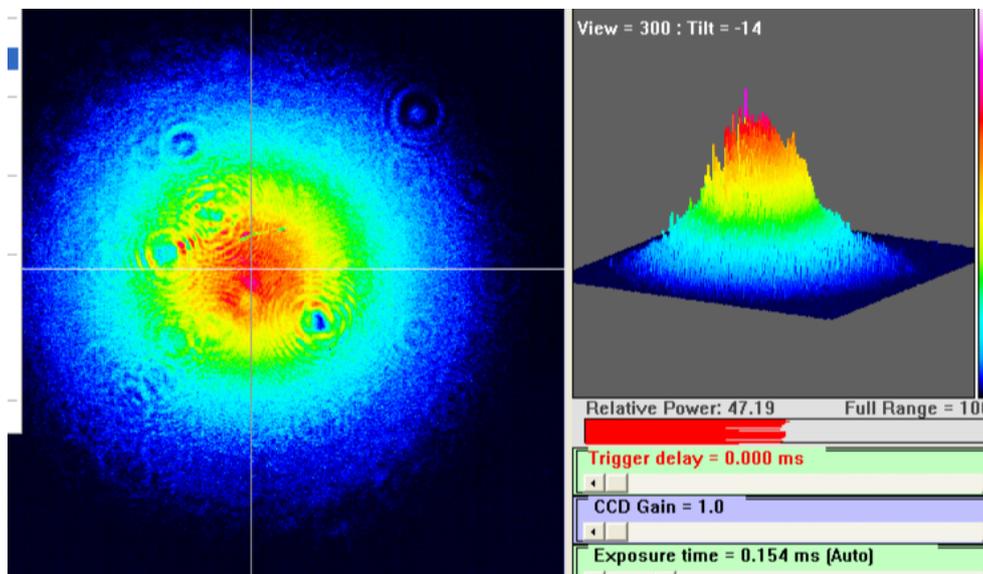


Abbildung 3.4: Foto des eingekoppelten Strahls

Die Kameraaufnahmen zeigen, dass der mehrfache Durchgang durch die optischen Komponenten die Wellenfronten der räumlichen Moden verzerrt. Die elliptische Verteilung der Moden nach dem Interferometer deutet darauf hin, dass der transversale

### 3 Experiment

Versatz durch den zweiten Kristall nicht vollständig kompensiert wird und beide Moden nicht vollständig zum Überlapp gebracht werden.

Die Elliptizität des Strahls lässt sich über

$$\text{Elliptizität} = \frac{w_x - w_y}{w_x} \quad (3.3)$$

berechnen. Sie liegt zwischen 0 und 1. Für eine ideale Kugel ist sie 0 und für eine sehr flache Ellipse geht sie gegen 1. Dabei sind  $w_x$  und  $w_y$  die Breiten des Intensitätsverlaufes bei 13,5%.

Die Elliptizität nach der Einkopplung beträgt

$$\frac{2130,0\mu\text{m} - 1875,7\mu\text{m}}{2130,0\mu\text{m}} = 0,119 \quad (3.4)$$

und nach dem Interferometer ist sie nur noch:

$$\frac{2056,0\mu\text{m} - 1061,2\mu\text{m}}{2056,0\mu\text{m}} = 0,484 \quad (3.5)$$

Dies verdeutlicht noch einmal die nicht optimale Kompensation des transversalen Versatzes, die der Strahl beim Durchlaufen des Interferometers erfährt.

#### 3.2.2 Justage der Platten und Armlängenabgleich

Schließlich muss noch die  $\frac{\lambda}{2}$ -Platte zwischen den Kristallen justiert werden. Dazu wird der Polarisator auf  $45^\circ$  eingestellt und in Abhängigkeit des Winkels wird die Intensität des Laserstrahls aufgenommen.

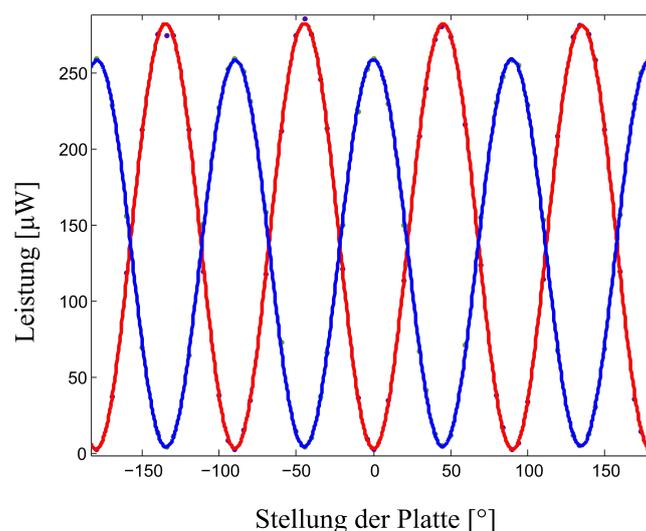


Abbildung 3.5: Typische Transmissionskurve des ersten Kristalls bei Durchdrehen einer  $\frac{\lambda}{2}$ -Platte. Die rote Kurve ist die Transmission für H und die blaue für V.

Aus der entstehenden Kurve kann extrahiert werden, für welche Einstellung die  $\frac{\lambda}{2}$ -Platte auf  $22,5^\circ$  steht. Ist dies geschehen, erkennt man hinter dem zweiten Kristall nun drei Strahlen. Der mittlere Strahl ist der überlagerte Strahl von  $H_b$  und  $V_a$  und die beiden äußeren deren abgespaltene H- bzw. V-Anteile.

Außerdem ist in Abbildung 3.5 zu erkennen, dass die maximale Transmission der beiden Polarisierungen für einen Kristall verschieden ist. Die maximale Transmission der V-Polarisation liegt niedriger als die der H-Polarisation. Dies könnte auch die Werte der späteren, in Kapitel 3.4 beschriebenen, Tomographie negativ beeinflussen.

Für das Experiment ist der Abgleich der beiden Armlängen nur limitiert möglich. In diesem Fall durch Einbauen eines Glasplättchens zur Änderung der Phase. Das Glasplättchen ist an einem Motor befestigt und wird in den Arm a des Interferometers gestellt.

Danach werden noch die optischen Komponenten zur Analyse des Zustandes justiert.

#### 3.2.3 Justage der Einkopplung hinter dem PBS

Der Strahl, der als H-polarisiertes Licht vom PBS transmittiert wird, wird in eine Single-Mode-Faser eingekoppelt. Die Benutzung dieser Faser eignet sich besonders, um eine gute Ununterscheidbarkeit der beiden Interferometermoden zu gewährleisten, da von jeder räumlichen Mode die gleiche Gaußsche Verteilung herausgefiltert wird. Ohne die Einkopplung in die Single-Mode-Faser wären die Visibility-Messungen um einiges schlechter. Die Einkopplung wird mit der verstellbaren Linse und den zwei Drehschrauben an der Befestigung des Faserkollimators optimiert. Am Ende wurden ca. 50% des ankommenden Strahls in die Faser eingekoppelt. Die niedrige Prozentzahl lässt sich auf die Verzerrung der räumlichen Moden in den Kristallen zurückführen.

## 3.3 Charakterisierung des Interferometers

### 3.3.1 Charakterisierung der einzelnen optischen Komponenten

Die Verluste im Polarisator ergeben sich zu

$$\Delta_{Pol} = 1 - \frac{\text{transmittierte Intensität}}{\text{einfallende Intensität}} = 29,87\% \quad (3.6)$$

Die Verluste in den einzelnen Kristallen lassen sich wie folgt berechnen:

$$\Delta_{1.Kristall} = 1 - \frac{H'_a\text{-Anteil} + V'_b\text{-Anteil der Intensität}}{\text{einfallende Intensität}} = 18,14\% \quad (3.7)$$

$$(3.8)$$

$$\Delta_{2.Kristall} = 1 - \frac{H_a\text{-Anteil} + V_b\text{-Anteil} + (V_a + H_b)\text{-Anteil der Intensität}}{\text{einfallende Intensität}} = 24,15\% \quad (3.9)$$

### 3 Experiment

Dabei erfährt der H-Anteil, bei Positionierung eines H-Polarisators vor dem Kristall, einen Verlust von

$$\Delta_{H'_a} = 1 - \frac{H'_a\text{-Anteil der Intensität}}{\text{einfallende Intensität}} = 18,38\%, \quad (3.10)$$

der V-polarisierte Strahl, bei Positionierung eines V-Polarisators vor dem Kristall, einen Verlust von

$$\Delta_{V'_b} = 1 - \frac{V'_b\text{-Anteil der Intensität}}{\text{einfallende Intensität}} = 15,57\% \quad (3.11)$$

nach dem ersten Kristall. Die Verluste nach dem zweiten Kristall sind folgendermaßen, wenn man annimmt, dass die  $\frac{\lambda}{2}$ -Platte jeweils 50% des Strahls in einen H- bzw. V-Anteil transformiert:

$$\Delta_{V_a+H_b} = 1 - \frac{2 \cdot (V_a + H_b)\text{-Anteil der Intensität}}{\text{einfallende Intensität}} = 24,92\% \quad (3.12)$$

$$(3.13)$$

$$\Delta_{H_a} = 1 - \frac{2 \cdot H_a\text{-Anteil der Intensität}}{\text{einfallende Intensität des Arms a}} = 24,31\% \quad (3.14)$$

$$(3.15)$$

$$\Delta_{V_b} = 1 - \frac{2 \cdot V_b\text{-Anteil der Intensität}}{\text{einfallende Intensität des Arms b}} = 22,46\% \quad (3.16)$$

#### 3.3.2 Visibility

Um die Qualität des Interferometers zu charakterisieren, kann die Visibility studiert werden. Diese Messung wird ohne die zur Analyse bestimmten  $\frac{\lambda}{2}$ -Platte und die  $\frac{\lambda}{4}$ -Platte gemacht. Die Intensitäten der Messung werden mithilfe einer Photodiode gemessen. Die Visibility ist ein Maß für die Qualität von Interferenz und deren Ausgeprägtheit. Sie ist definiert als

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (3.17)$$

Hierbei sind  $I_{max}$  und  $I_{min}$  die maximale bzw. minimale Intensität des gefitteten Interferenzmusters. Eine ideale Visibility hätte den Wert 1, dann löschen sich die Strahlen im Interferenzminima aus.

Das Interferometer in dieser Arbeit erreicht eine Visibility von

$$V = \frac{153402 - 6133,38}{153402 + 6133,38} = 0,9231 \quad (3.18)$$

Eine Erklärung dafür, dass die Visibility nicht 1 ist, ist der nicht optimale Überlapp der Moden nach den Kristallen.

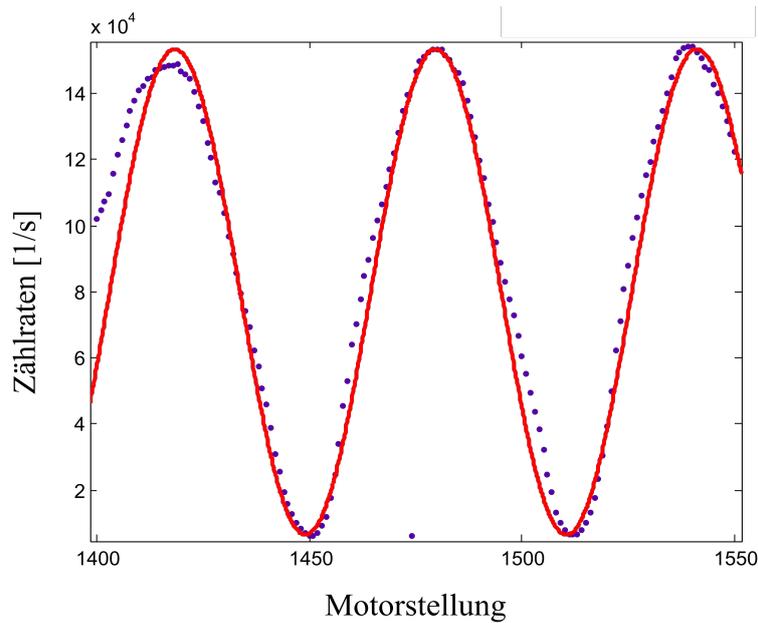


Abbildung 3.6: Darstellung der Zählraten am Output des Interferometers in Abhängigkeit von der Rotationsstellung des Glasplättchens

#### 3.3.3 Stabilität

Bei Stabilitätsmessungen des Interferometers über mehrere Stunden wurde festgestellt, dass das Interferometer relativ stabil ist.

Es wurde mit einer Photodiode am transmittierenden Ausgang des PBS die Intensität gemessen. Dies wurde zuerst nur über ca. 1 Stunde gemacht und man erkannte, dass das Interferometer in dieser Zeit kurzzeitstabil war. Danach wurde die Messung über mehrere Tage gemacht, dabei wurde die Kurve in Abbildung 3.7 aufgenommen.

Am Anfang ist ein starker Abfall an Intensität über mehrere Stunden in der Nacht zu sehen. Dies könnte auf Temperaturschwankungen im Labor in dieser Nacht hinweisen, da in der folgenden Nacht diese starken Schwankungen nicht mehr auftraten. Interessant ist, dass ab dem Wert  $x \approx 110000$  das Interferometer sehr stabil ist, dies entspricht den Werten, die über eine Nacht aufgenommen wurden. Die Werte, die über den Tag verteilt aufgenommen wurden, schwanken im Verhältnis dazu sehr. Die maximale Abweichung vom Mittelwert am Tag liegt bei 0,2613 V, in der Nacht nur bei 0,2073 V. Berechnet man die Differenz des Maximal- und des Minimalwertes bei Nacht, kommt man auf  $\Delta\phi_{Nacht} = 5,4006^\circ$ , bei Tag dagegen auf  $\Delta\phi_{Tag} = 7,9457^\circ$ . Dies könnte ein Hinweis darauf sein, dass das Interferometer sensibel auf Aktivitäten im Labor reagiert. Diese Vermutung wird noch dadurch gestützt, dass die Messung unter der Woche gemacht wurde und so Aktivitäten, wie das Öffnen der Tür, das Einschalten von Licht und Schritte im Labor nicht auszuschließen sind. Es entstehen dadurch Luftzüge und Erschütterungen, die die optische Weglänge im Interferometer verändern können. Durch zusätzliches Licht können aber auch Intensitätsschwankungen entstehen, da plötzlich mehr Licht auf die Photodiode fällt. Eine Idee zur Verbesserung der Stabilität wäre es, einen abgeschlossenen Kasten um das Interferometer zu bauen und so die äußeren Einflüsse zu verringern.

### 3 Experiment

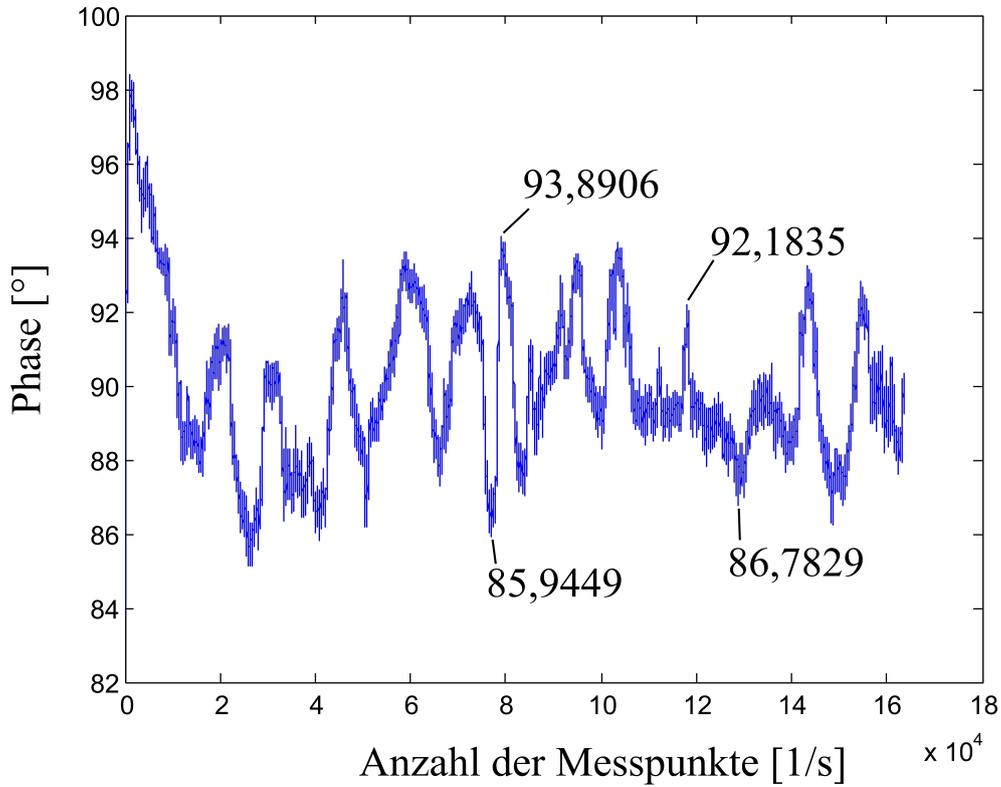


Abbildung 3.7: Stabilitätsmessung über 2 Tage

## 3.4 Zustandstomographie

Um die Qualität des Interferometers zu testen, wurde eine Zustandstomographie eines bekannten Zustands gemacht. Als Quelle diente dabei der bereits in Abschnitt 3.1 erwähnte abgeschwächte Diodenlaser. Gemessen werden die Einzelzählraten der Photonen am transmittierenden Ausgang des PBS für die unten angegebenen Basen. Die Basen werden mithilfe einer  $\frac{\lambda}{2}$ -Platte, einer  $\frac{\lambda}{4}$ -Platte und einem Glasplättchen eingestellt.

Die erwartete Dichtematrix lautet

$$\hat{\rho}_{theo} = |\psi\rangle\langle\psi| = \begin{pmatrix} 0,5 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0,5 \end{pmatrix} + i \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.19)$$

für den zu analysierenden Zustand

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_p|b\rangle_r + |V\rangle_p|a\rangle_r). \quad (3.20)$$

In der folgenden Tabelle 3.1 sind die Winkel der Platten für die verschiedenen Basen angegeben, sowie die Phase  $\phi$ , die durch Drehung des Glasplättchens eingestellt wird und die benötigt wird, um den Zustand der räumlichen Mode zu analysieren. Der Zustand der räumlichen Moden ist allgemein als

$$|\psi_r\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|b\rangle_r + e^{i\phi}|a\rangle_r) \quad (3.21)$$

gegeben.

	Basis	$\frac{\lambda}{2}$ -Platte/°	$\frac{\lambda}{4}$ -Platte/°		gem. Zählraten
1	$ H\rangle a\rangle$	0	0	Blockieren des Arms b	367909
2	$ V\rangle b\rangle$	0	0	Blockieren des Arms a	18522
3	$ V\rangle b\rangle$	45	0	Blockieren des Arms a	375708
4	$ V\rangle a\rangle$	45	0	Blockieren des Arms b	25766
5	$ R\rangle a\rangle$	22,5	-45	Blockieren des Arms b	227652
6	$ R\rangle b\rangle$	22,5	-45	Blockieren des Arms a	160008
7	$ +\rangle b\rangle$	22,5	0	Blockieren des Arms a	215863
8	$ +\rangle a\rangle$	22,5	0	Blockieren des Arms b	182719
9	$ +\rangle R\rangle$	22,5	0	Phasenschub von $\phi = \frac{\pi}{2}$	289950
10	$ +\rangle +\rangle$	22,5	0	Phasenschub von $\phi = 0$	671742
11	$ R\rangle +\rangle$	22,5	-45	Phasenschub von $\phi = 0$	221405
12	$ H\rangle +\rangle$	0	0	Phasenschub von $\phi = 0$	414880
13	$ V\rangle +\rangle$	45	0	Phasenschub von $\phi = 0$	365065
14	$ V\rangle L\rangle$	45	0	Phasenschub von $\phi = -\frac{\pi}{2}$	485032
15	$ H\rangle L\rangle$	0	0	Phasenschub von $\phi = -\frac{\pi}{2}$	372535
16	$ R\rangle L\rangle$	22,5	-45	Phasenschub von $\phi = -\frac{\pi}{2}$	629782

Tabelle 3.1: Die 2. Spalte gibt die Messbasen an. In den Spalten 3, 4 und 5 sind die Winkelstellungen der Platten und der einzustellende Phasenschub angegeben. Die 6. Spalte gibt die jeweils gemessenen Zählraten an.

Zur Kalibrierung des Phasenschubs wird das Glasplättchen mit einem Motor gedreht und gleichzeitig die dazugehörigen Zählraten der registrierten Photonen aufgenommen. Eine typische Kalibrationskurve ist in Abbildung 3.8 zu sehen. Die drei senkrechten Linien geben die relative Phase des Interferometers an, die zur Tomographiemessung benötigt werden. Der Phasenschub wurde so gewählt, dass sich bei  $\phi = \pi$  ein Minimum ergibt und bei  $\phi = 0$  ein Maximum.

Für die Messungen 1-8 werden jeweils die Moden a oder b blockiert. Für die folgenden Messungen werden die Phasenschübe des Glasplättchens eingestellt. Ab diesen Messungen ist auch zu beachten, dass die gemessenen Zählraten noch durch 2 dividiert werden müssen, da nun beide räumliche Moden gleichzeitig gemessen werden, dagegen die Polarisationsanalysen jeweils nur zur Hälfte am H-Ausgang des PBS gemessen werden.

### 3 Experiment

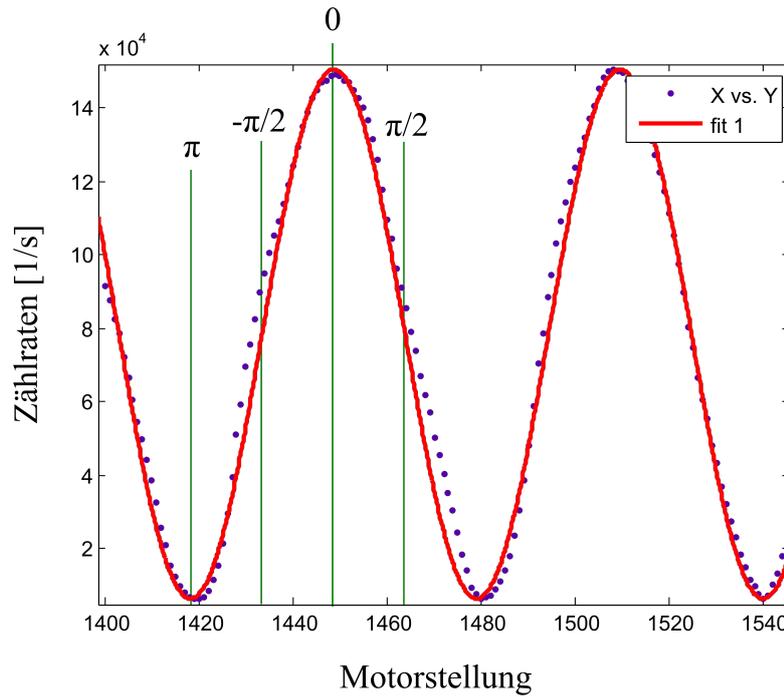


Abbildung 3.8: Typische Kalibrationskurve. Die Werte  $-\frac{\pi}{2}$ ,  $0$  und  $\frac{\pi}{2}$  (grüne Linien) geben die einzustellenden Phasenschübe an.

Mit den gemessenen Werten in Tabelle 3.1 und den im Anhang angegebenen Matrizen  $\hat{M}_v$  erhält man folgende Dichtematrix:

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} 0,4880 & 0,0198 & -0,0197 & 0,3373 \\ 0,0198 & 0,0015 & 0,0486 & 0,0261 \\ -0,0197 & 0,0486 & 0,0116 & -0,0254 \\ 0,3373 & 0,0261 & -0,0254 & 0,4989 \end{pmatrix} + i \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0,0097 & 0,0429 & -0,1644 \\ -0,0097 & 0 & -0,0616 & -0,0517 \\ -0,0429 & 0,0616 & 0 & -0,0582 \\ 0,1644 & 0,0517 & 0,0582 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

Sie ist in Abbildung 3.9 graphisch dargestellt.

Was im Imaginärteil auffällt, sind die beiden Balken auf den Nebendiagonalen. Sie sollten gemäß der theoretischen Dichtematrix ebenfalls  $0$  sein. Durch die Einkopplung unterschiedlicher Wellenfronten werden unterschiedliche Phasen zwischen den beiden räumlichen Moden eingekoppelt, was eine mögliche Erklärung wäre. Sowie die elliptische Form der Moden hinter dem PBS, die sehr groß ist und durch die Einkopplung in die Single-Mode-Faser nicht komplett kompensiert wird. Da die Balken allerdings auf der Nebendiagonalen liegen, sind sie bei der Berechnung der Reinheit und der Fidelity nicht von Bedeutung.

Außerdem gibt es einige kleinere systematische Abweichungen im Realteil. Dies könnte darauf zurückzuführen sein, dass die Platten, die zur Analyse verwendet wurden, per Hand eingestellt wurden und nicht mithilfe eines Motors oder auf die unterschiedliche Transmission der Calcit-Kristalle für unterschiedliche Polarisierungen, dies ist in Abbildung 3.5 zu erkennen.

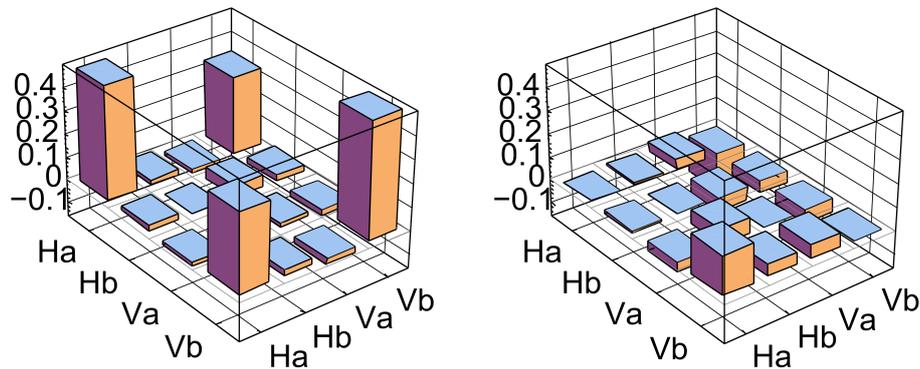


Abbildung 3.9: Graphische Darstellung der berechneten Dichtematrix. Links ist der Realteil dargestellt, rechts der Imaginärteil.

Für die Messung ergibt sich eine Fidelity von

$$F = \langle \psi | \hat{\rho} | \psi \rangle = 0,8308 \quad (3.23)$$

und eine Reinheit<sup>1</sup> von

$$R = \text{Tr}[\hat{\rho} \cdot \hat{\rho}] = 0,8014. \quad (3.24)$$

Verschränkung kann für eine Fidelity<sup>2</sup>  $F > 71\%$  nachgewiesen werden, damit wurde bewiesen, dass ein verschränkter Zustand vorliegt. Die niedrigen Werte ergeben sich, da die Kohärenzterme im Realteil nur 33% entsprechen. Im Rahmen dieser Arbeit war es leider nicht möglich herauszufinden, wodurch diese schlechten Kohärenzwerte entstehen.

<sup>1</sup>Für einen reinen Zustand gilt:  $\text{Tr}[\hat{\rho} \cdot \hat{\rho}] = 1$

<sup>2</sup>Für perfekte Übereinstimmung erhält man eine Fidelity von:  $F=1$



## 4 Zusammenfassung und Ausblick

Um Hyperentanglement zu erzeugen wurde ein Interferometer aufgebaut und erste Analysen daran gemacht. Die maximal erreichte Visibility lag bei 92,31% am transmittierenden Ausgang des PBS. Dies könnte eventuell verbessert werden, indem die Verzerrung der Moden durch die Kristalle kompensiert wird.

Das Interferometer ist mit einer maximalen Phasenänderung von  $7,9457^\circ$  über mehrere Stunden stabil. Die Stabilität könnte jedoch weiter verbessert werden, indem ein abgeschlossener Kasten um das Interferometer gebaut wird.

Eine Zustandsthomographie wurde gemacht. Die maximal erreichte Fidelity lag bei 83,03% und die maximale Reinheit bei 80,14%. Die nächsten Schritte wären herauszufinden, wieso die Kohärenzterme im Realteil nur bei 33% liegen. Hierfür würde eine Tomographie am reflektierenden Ausgang des PBS sowie die Durchführung eines Belltests zur Überprüfung der Verschränkung zwischen räumlicher Mode und Polarisation hilfreich sein.

Zuletzt wäre zur vollständigen Analyse ein dritter Kristall geeignet. Dieser müsste doppelt so lang sein, wie die beiden anderen, um die beiden äußeren Strahlen,  $H_a$  und  $V_b$ , zu überlagern.



## 5 Literaturverzeichnis

- [1] A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen. *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?*. Physical Review, Vol. 47 No. 777, 1935
- [2] M. Michler, H. Weinfurter and M. Żukowski. *Experiments towards Falsification of Noncontextual Hidden Variable Theories*. Physical Review Letter, Vol. 84 No. 5457, 2000
- [3] *Hinweise zum F1 Praktikumsversuch Bellsche Ungleichung*. <http://xqp.physik.uni-muenchen.de/teaching/praktikum/index.html>
- [4] D.F.V. James, P.G. Kwiat, W.J. Munro and A.G. White. *Measurement of qubits*. Physical Review A, Vol. 64, 2001
- [5] Isabel Krebs. *Erzeugung und Analyse von Hyperentanglement mit einem Michelson-Interferometer*. Bachelorarbeit, LMU München, 2010
- [6] A. Aspect, P. Grangier and G. Roger. *Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: A New Violation of Bell's Inequalities*. Physical Review Letters, Vol. 49 No. 2, 1982
- [7] Martin Reitter. *Interferometrie mit mehreren verschränkten Qubits*. Bachelorarbeit, LMU München, 2010
- [8] *Die Planetenkörper (Elliptizität)*. [http://astro.goblack.de/Theorie/t\\_pdata2.htm](http://astro.goblack.de/Theorie/t_pdata2.htm)
- [9] W.-B. Gao, C.-Y. Lu, X.-C. Yao, P. Xu, O. Gühne, A. Goebel, Y.-A. Chen, C.-Z. Peng, Z.B. Chen and J.-W. Pan. *Experimental demonstration of a hyper-entangled ten-qubit Schrödinger cat state*. Nature Physics, Vol. 6, Page 331-335, 2010
- [10] R. Lapkiewicz, P. Li, C. Schaeff, N.K. Langford, S. Ramelow, M. Wieśniak and A. Zeilinger. *Experimental non-classicality of an indivisible quantum system*. Nature, Vol. 474, Page 490-493, 2011
- [11] P.G. Kwiat. *Hyper-entangled states*. Journal of Modern Optics, Vol. 44, No. 11/12, 1997

## 5 Literaturverzeichnis

- [12] P.G. Kwiat, E. Waks, A.G. White, I. Appelbaum and P.H. Eberhard. *Ultrabright source of polarization-entangled photons*. Physical Review A, Vol. 60, No. 2, 1999
- [13] J.T. Barreiro, T.-C. Wei and P.G. Kwiat. *Beating the channel capacity limit for linear photonic superdense coding*. Nature Physics, Vol. 4, Page 282-286 , 2008
- [14] H.-A. Bachor and T.C. Ralph. *A Guide to Experiments in Quantum Optics*. WILEY-VCH Verlag GmbH&Co. KGaA, 2. überarb. u. erg. Auflage, 2004
- [15] M.A. Nielsen and I.L. Chuang. *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press, 2000
- [16] G. Grynberg, A. Aspect, C. Fabre. *Introduction to Quantum Optics: From the Semi-classical Approach to Quantized Light*. Cambridge University Press, 2010
- [17] E.S. Fry and T. Walther. *Atom based tests of the Bell inequalities - the Legacy of John Bell continues.....* <http://www.lqo.tu-darmstadt.de/publications/proceeding/pdfdownloads/bellpaper.pdf>
- [18] P. Trojek. *Efficient Generation of Photonic Entanglement and Multiparty Quantum Communication*. Ph.D Theses, LMU München, 2007
- [19] T.B. Pittman, D.V. Strekalov, A. Migdall, M.H. Rubin, A.V. Sergienko and Y.H. Shih. *Can Two-Photon Interference be Considered the Interference of Two Photons?*. Physical Review Letter, Vol. 77, No. 10, 1996

## 6 Anhang

Die in der Tomographie verwendeten Matrizen  $\hat{M}_v$  sind:

$$M_1 = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -(1-i) & -(1+i) & 1 \\ -(1+i) & 0 & i & 0 \\ -(1-i) & -i & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

$$M_2 = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -(1-i) & 0 & 1 \\ -(1+i) & 2 & i & -(1+i) \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ 1 & -(1-i) & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.2)$$

$$M_3 = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & i & -(1+i) \\ 0 & -i & 0 & -(1-i) \\ 1 & -(1-i) & -(1+i) & 2 \end{pmatrix} \quad (6.3)$$

$$M_4 = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & -(1+i) & 1 \\ 0 & 0 & i & 0 \\ -(1-i) & -i & 2 & -(1-i) \\ 1 & 0 & -(1+i) & 0 \end{pmatrix} \quad (6.4)$$

$$M_5 = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2i & -(1+i) \\ 0 & 0 & (1-i) & 0 \\ -2i & (1+i) & 0 & 0 \\ -(1-i) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.5)$$

$$M_6 = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -(1+i) \\ 0 & 0 & (1-i) & 2i \\ 0 & (1+i) & 0 & 0 \\ -(1-i) & -2i & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.6)$$

$$M_7 = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -(1+i) \\ 0 & 0 & -(1-i) & 2 \\ 0 & -(1+i) & 0 & 0 \\ -(1-i) & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.7)$$

$$M_8 = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & -(1+i) \\ 0 & 0 & -(1-i) & 0 \\ 2 & -(1+i) & 0 & 0 \\ -(1-i) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.8)$$

$$M_9 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.9)$$

$$M_{10} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.10)$$

$$M_{11} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.11)$$

$$M_{12} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & -(1+i) \\ 2 & 0 & -(1+i) & 0 \\ 0 & -(1-i) & 0 & 0 \\ -(1-i) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.12)$$

$$M_{13} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -(1+i) \\ 0 & 0 & -(1+i) & 0 \\ 0 & -(1-i) & 0 & 2 \\ -(1-i) & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.13)$$

$$M_{14} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -(1-i) \\ 0 & 0 & (1-i) & 0 \\ 0 & (1+i) & 0 & -2i \\ -(1+i) & 0 & 2i & 0 \end{pmatrix} \quad (6.14)$$

$$M_{15} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -2i & 0 & -(1-i) \\ 2i & 0 & (1-i) & 0 \\ 0 & (1+i) & 0 & 0 \\ -(1+i) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.15)$$

$$M_{16} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.16)$$

## **Danksagung**

Für die unermüdliche Unterstützung, die lehrreichen Diskussionen und die tolle Zeit möchte ich mich bei Daniel, Christian, Ivo und Alex bedanken.

Und ich möchte mich ebenfalls bei Thomas, einem weiteren Bachelorstudenten, für die lebhaften Diskussionen bedanken.



## **Selbstständigkeitserklärung**

Hiermit erkläre ich, Daniela Claudia Tyroller, die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet zu haben.

München, den 06.09.2011