Optimierte Erzeugung und Nachweis von Atom-Photon-Zuständen zur Verschränkung Räumlich Getrennter Atome

Robert Sebastian Garthoff



München 2015

Optimierte Erzeugung und Nachweis von Atom-Photon-Zuständen zur Verschränkung Räumlich Getrennter Atome

Robert Sebastian Garthoff

Masterarbeit an der Arbeitsgruppe von Prof. Dr. Harald Weinfurter der Ludwig–Maximilians–Universität München

> vorgelegt von Robert Sebastian Garthoff aus München

München, den 28.01.2015

Optimized Creation and Analysis of Atom-Photon-States for Entanglement of Spatially Separated Atoms

Robert Sebastian Garthoff

Masterarbeit an der Arbeitsgruppe von Prof. Dr. Harald Weinfurter der Ludwig–Maximilians–Universität München

> vorgelegt von Robert Sebastian Garthoff aus München

München, den 28.01.2015

Inhaltsverzeichnis

1.	Einleitung 9					
2.	Expe	Experimenteller Aufbau und Ablauf				
	2.1.	Rubidi	um 87	12		
	2.2.	Eine F	alle für einzelne neutrale Atome	13		
		2.2.1.	Vakuum System	13		
		2.2.2.	Optische Dipolfalle	13		
		2.2.3.	Magnetooptische Falle	15		
		2.2.4.	Lasersystem	16		
	2.3.	Atom-	Atom Verschränkung	17		
		2.3.1.	Optischer Aufbau	17		
		2.3.2.	Erzeugung der Atom-Photon Verschränkung	20		
		2.3.3.	Zwei-Photonen-Interferenz und <i>Entanglement Swapping</i>	23		
3.	Effiz	iente E	inzelschuss-Zustandsanalyse eines gespeicherten Rb-Atoms	25		
	3.1.	Ionisat	ionsschema und Detektion der Ionisationsfragmente	25		
		3.1.1.	Zeeman-zustandsselektive Ionisation	27		
		3.1.2.	Detektion der Ionisationsfragmente	29		
	3.2.	Ionisat	ionsmessungen an einzelnen Rb-Atomen	33		
		3.2.1.	Optimierung der Detektionseffizienz	33		
		3.2.2.	Analyse der Zeeman-zustandsabhängigen Ionisation	35		
		3.2.3.	Optimierung der Pulsparameter	40		
	3.3.	Simula	tion des Ionisationsprozesses	43		
		3.3.1.	$\ddot{\mathrm{U}}\mathrm{bersicht} \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots $	43		
		3.3.2.	Berechnung	46		
		3.3.3.	Ergebnisse	50		
		3.3.4.	Vergleich von Messung und Simulation	55		
	3.4.	Zusam	menfassung	59		
4.	Rolle	e der Q	ualität der Einzelphotonquelle in der Zwei-Photonen-Interferenz	60		
	4.1.	Überbl	lick über Zwei-Photonen-Emissions-Prozesse	61		
		4.1.1.	Polarisationsfehler in der Anregung (Typ I)	61		
		4.1.2.	nicht resonante Anregung nach dem ersten Zerfall (Typ II) $\ . \ . \ .$	62		

		4.1.3.	Zerfall in den Ausgangszustand (Typ III)	63			
4.2. Zwei-Photonen Simulation			Photonen Simulation	65			
		4.2.1.	Modell	65			
		4.2.2.	Definition des Anregepulses	66			
		4.2.3.	Einzelphoton-Emission	67			
		4.2.4.	Zwei-Photonen-Emission	68			
		4.2.5.	Berechnung des zeitlichen Modenüberlapps	69			
	4.3.	Vorher	rsage der Qualität des verschränkten Atom-Atom-Zustandes	70			
		4.3.1.	Aufbereitung der in der Simulation zugänglichen Daten	71			
		4.3.2.	Modell zur Bestimmung der Qualität des Entanglement Swapping .	76			
		4.3.3.	Erwartete Qualität der Atom-Atom-Verschränkung für unterschied-				
			liche Anregeparameter	80			
	4.4.	Zusam	menfassung	86			
5.	Zusa	ammen	fassung und Ausblick	87			
Α.	A. Übersicht über die Teilprozesse des Ionisationsvorgangs 8						
Lit	Literaturverzeichnis						

1. Einleitung

Anfang des 20. Jahrhunderts gelangte man zu diversen experimentellen Befunden (Schwarzkörperstrahlung, Atomspektren, etc.), deren Ergebnisse durch die klassische Physik nicht erklärt werden konnten. Die Lösung dieses Problems war die Quantenmechanik. Trotz dieses Erfolges gab es Zweifel an der Vollständigkeit der Quantenmechanik als Theorie zur Beschreibung der physikalischen Realität. Grund dafür waren ihre kontraintuitiven Eigenschaften, wie z.B. die probabilistische Beschreibung der Natur, der Welle-Teilchen-Dualismus und die Unschärferelation. Die wohl interessanteste Eigenschaft ist die Verschränkung. Messungen an zwei verschränkten Teilchen, welche sich in einem gemeinsamen, nicht separierbaren Quantenzustand befinden, zeigen Korrelationen auf, unabhängig davon wie weit sie von einander entfernt sind. Dieses "nichtlokale" Verhalten zusammen mit den oben aufgeführten kontraintuitiven Eingenschaften motivierte die drei Physiker Einstein, Podolsky und Rosen (EPR) dazu im Jahr 1935 einen Artikel zu veröffentlichen, in welchem sie die Frage aufbrachten, ob die quantenmechanische Beschreibung der physikalischen Realität vollständig sei [10]. Dies ist auch als EPR-Paradox bekannt. In diesem Artikel forderten sie drei Eigenschaften, welche jede physikalische Theorie erfüllen muss: Realität, Lokalität und Vollständigkeit. Aus diesen drei Eigenschaften leiteten EPR ein Gedankenexperiment ab, welches im Widerspruch zur Quantenmechanik steht. Um diesen Widerspruch aufzulösen muss man entweder die Eigenschaft der Vollständigkeit aufgeben, oder man erweitert die Quantentheorie um sogenannte Lokale-Verborgene-Variablen (LHV englisch: local hidden variables), welche die Quantenmechanik unter beibehalten von Realität und Lokalität, zu einer vollständigen Theorie erweitern würden. Diese neuen LHV sind nicht selbst experimentell beobachtbar, bestimmen aber dennoch den Ausgang der Messungen.

Viele Jahre war keine experimentelle Methode bekannt, mit welcher man die Quantenmechanik von einer durch LHV erweiterten Theorie unterscheiden könnte. Im Jahr 1964 jedoch veröffentlichte John Bell einen Artikel in dem er ein Konzept vorstellte, mit welchem man die Korrektheit von LHV-Theorien überprüfen kann [3]. Sein Konzept basiert auf Korrelationsmessungen an zwei miteinander verschränkten Teilchen in mehreren Messbasen und gibt für LHV-Theorien eine Grenze für Korrelationen zwischen Messdaten an, welche von der Quantenmechanik überschritten wird. Diese Grenze wird in einer Ungleichung wiedergegeben, welche als BELLSCHE UNGLEICHUNG bekannt ist. Clauser, Horne, Shimony und Holt stellten 1969 eine praktisch anwendbare Form der Bellschen-Ungleichung vor, die CHSH-Ungleichung [7]. In den darauffolgenden Jahren wurden viele Experimente durchgeführt [11, 1, 2], welche die CHSH-Ungleichung verletzten und somit ein Hinweis dafür sind, dass das Konzept der LHV unter Umständen falsch ist. All diese Experimente ließen jedoch zwei fundamentale Schlupflöcher zu. Das erste Schlupfloch entsteht dadurch, dass die Messungen an den beiden verschränkten Teilchen im Sinne der speziellen Relativitätstheorie nicht raumzeitlich strikt voneinander getrennt sind. Dieses sogenannte Lokalitätsschlupfloch wurde zum ersten mal in einem Experiment mit verschränkten Photonen [33] geschlossen, welche in 400m Abstand voneinander gemessen wurden. Allerdings wurde hier nicht das zweite Schlupfloch geschlossen. Es kann nur geschlossen werden, wenn die Menge aller detektierten verschränkten Paare eine repräsentative Teilmenge der Gesamtheit wiederspiegelt [9]. Es könnte demnach sein, dass die Ungleichung von den gemessenen verschränkten Paaren verletzt wird, jedoch nicht von der Gesamtheit aller Paare. Das Detektionsschlupfloch wurde in einem anderen Experiment mit zwei verschränkten Ionen [28] geschlossen, welche zusammen in einer Falle in wenigen μ m Abstand gefangen wurden. Das Lokalitätsschlupfloch konnte deshalb in diesem Experiment nicht geschlossen werden. In einem neueren Experiment mit verschränkten Photonen, konnte man ebenfalls das Detektionsschlupfloch, aber nicht das Lokalitätsschlupfloch schließen [14]. Es gibt bis heute noch immer kein Experiment, welches es geschafft hat, gleichzeitig beide Schlupflöcher zu schließen.

Ziel unseres Experimentes ist es, ein System zu schaffen, mit welchem es möglich ist, ein Bell-Experiment zur Verletzung der CHSH-Ungleichung durchzuführen und sowohl das Lokalitäts- als auch das Detektionsschlupfloch zur selben Zeit zu schließen. Unsere Herangehensweise ist, zwei ~ 400 m weit voneinander entfernte Rubidium 87 Atome miteinander zu verschränken und Korrelationen zwischen deren Spins nachzuweisen. Dazu werden die Atome in zwei konzeptionell identischen Einzelatomfallen gefangen und manipuliert. Mangels direkter Wechselwirkung der Atome, greifen wir für die Verschränkung der Atome auf das sogenannte Entanglement Swapping Protokoll [31] zurück. Hierbei werden zunächst in jeder Falle ein verschränktes Atom-Photon-Paar erzeugt. Die Photonen werden dann zusammen geführt und mittels Zwei-Photonen-Interferenz an einem Strahlteiler auf einen verschränkten Zustand projiziert. Dies führt zur Verschränkung der weit voneinander entfernten Atome. Die Verwendung von Atomen hat unter anderem den Vorteil, dass eine Zustandsauslese mit hoher Detektionseffizienz möglich wird. Die Erzeugung des verschränkten Atom-Atom-Paares wird durch die Detektion der Photonen angekündigt (englisch "heralding"). Dies ist wichtig, da man dadurch den Zeitpunkt kennt, ab welchen man die Korrelations-Messungen an beiden Atomen starten kann. In unserer Gruppe wurde Atom-Atom-Verschränkung, sowie eine Verletzung der Bellschen-Ungleichung bis jetzt nur auf einer Entfernung von ~ 20 m nachgewiesen [20], wobei das Detektionsschlupfloch geschlossen wurde.

Zum Schließen des Lokalitätsschlupflochs müssen die beiden Messungen raumzeitlich getrennt voneinander stattfinden. Die Entfernung der Atome von ~ 400m entspricht für Licht einer Laufzeit von ~ 1,3 μ s, d.h. um jede kausale Beeinflussung auszuschließen,

müssen die Messungen an beiden Atomen innerhalb dieser Zeitspanne abgeschlossen sein. Dabei darf die Wahl der Messbasis nicht vor der Erzeugung des verschränkten Zustandes feststehen. Sie wird daher durch einen Quanten-Zufallszahlen-Generator zu Beginn jeder Messung und innerhalb der erlaubten Zeitspanne für beide Atome separat festgelegt. Die atomare Zustandsauslese soll über Zeeman-zustandsselektive Photoionisation mit anschließender Detektion der Ionisationsfragmente mittels Kanalelektronenvervielfachern geschehen. Die Ionisation und Detektion der Ionisationsfragmente geschieht innerhalb einer Zeitspanne von 600ns und hat eine Effizienz von über 99%. Unser Aufbau ist somit in der Lage eine schlupflochfreie Bell-Messung durchzuführen (unter der Annahme der Unabhängigkeit der Quanten-Zufallszahlen).

Für die Korrelationsmessung an den beiden Atomen ist die Qualität des verschränkten Atom-Paares von entscheidender Bedeutung. Der wichtigste Schritt bei der Umsetzung des *Entanglement Swapping* Protokolls ist eine Zwei-Photonen-Interferenz mit hohem Interferenzkontrast. Um einen möglichst hohen Interferenzkontrast zu erreichen benötigt man einzelne Photonen, welche sich im gleichen Quantenzustand befinden. Das Atom ist, unter anderem durch den Einfluss anderer Niveaus, keine ideale Einzelphotonquelle und es kann daher zu Zwei-Photonen-Emissions-Ereignissen kommen, welche den Interferenzkontrast und damit auch die Qualität des verschränkten Atom-Atom-Zustandes verringern.

Überblick Diese Arbeit beschäftigt sich mit zwei elementaren Bestandteilen dieses Experiments. Zum einen mit der schnellen und effizienten Zeeman-selektiven Zustandsauslese und zum anderen mit der Analyse des Erzeugungsprozesses der Atom-Photon-Verschränkung und dessen Einfluss auf die Qualität des verschränkten Atom-Atom-Zustandes.

Zu Beginn dieser Arbeit wird zunächst ein Überblick über den Aufbau, sowie über die experimentelle Umsetzung bis hin zur Atom-Atom-Verschränkung gegeben. Anschließend werden Messungen an einzelnen Atomen mit Hilfe der Kanalelektronenvervielfacher dargestellt und analysiert. Zum genaueren Verständnis des Ionisationsprozesses wurden Simulationen durchgeführt, deren Funktionsweise und Ergebnisse präsentiert werden. Im vierten Kapitel wird der Einfluss von Zwei-Photonen-Emission auf die Qualität des verschränkten Atom-Atom-Zustandes behandelt. Es wird ein Überblick über die unterschiedlichen Beiträge geschaffen und Simulationen zur Zwei-Photonen-Emission und deren Ergebnisse dargestellt. Als Abschluss folgt eine kurze Zusammenfassung und ein Ausblick auf aktuelle Pläne für die Zukunft.

2. Experimenteller Aufbau und Ablauf

Ziel des Experiments ist es zwei weit voneinander entfernte Atome miteinander zu verschränken, um dann die Korrelationen zwischen deren Spins nachzuweisen. Eine Möglichkeit dies experimentell umzusetzen ist, zwei Einzelatomfallen aufzubauen, mit denen man in der Lage ist an jeder dieser Falle ein verschränktes Atom-Photon-Paar zu erzeugen. Um nun die beiden Atome miteinander zu verschränkten, wird das *Entanglement Swapping* Protokoll verwendet, bei welchem die Photonen über Zwei-Photonen-Interferenz auf einen verschränkten Zustand projiziert werden. Durch die Detektion der beiden Photonen wird die Erzeugung des verschränkten Atom-Atom-Zustandes bestätigt.

Im Folgenden soll der experimentelle Aufbau und Ablauf zur Durchführung eines solchen Experiments näher erläutert werden.

2.1. Rubidium 87

In diesem Experiment wird Rubidium 87 aus folgenden Gründen verwendet: ⁸⁷Rb hat einen stabilen Grundzustand, in dem ein Qubit codiert werden kann und ist über leicht zugängliche Lasersysteme adressierbar. Diese können die Wellenlängen zum Fangen und Manipulieren des Atoms bereitstellen.

Rubidium 87 ist ein Alkalimetall und besitzt daher ein einzelnes Elektron auf seiner äußersten Schale. Sein Grundzustand ist $5S_{1/2}$. Der erste angeregte Zustand 5^2P spaltet auf Grund der Feinaufspaltung in die beiden Niveaus $5^2P_{1/2}$ und $5^2P_{3/2}$ auf. Die Übergänge aus dem Grundzustand in die beiden angeregten Niveaus, $5^2P_{1/2}$ und $5^2P_{3/2}$, werden als D1- und D2-Linie bezeichnet. Der Kernspin beträgt 3/2 wodurch es auf Grund von Hyperfeinwechselwirkung zu weiteren Aufspaltungen kommt. Der Grundzustand besteht aus den beiden Zuständen F = 1 und F = 2, die ersten angeregten Zustände werden in eine Vielzahl von Zuständen aufgespalten, welche mit F' = N gekennzeichnet werden. Alle Unterzustände, sowohl des Grund-, als auch des angeregten Zustandes, spalten zudem noch in Zeeman Unterzustände auf, welche für den Grundzustand F mit $|F, m_F\rangle$, beziehungsweise für den angeregten Zustand F' mit $|F', m_{F'}\rangle$ bezeichnet werden. Das Qubit besteht aus den Zeeman Unterzuständen $|F = 1, m_F = -1\rangle$ und $|F = 1, m_F = +1\rangle$ des Grundzustandes und bildet zusammen mit dem Unterzustand $|F' = 0, m_{F'} = 0\rangle$ des angeregten Niveaus $5^2 P_{3/2}$ ein A-System, durch welches die Erzeugung der Atom-Photon Verschränkung relativ einfach realisierbar ist.

2.2. Eine Falle für einzelne neutrale Atome

Um Experimente an einzelnen Atomen durchzuführen muss man in der Lage sein, diese sehr gut an einem Ort festzuhalten und von ihrer Umgebung zu isolieren. Dafür wird in diesem Experiment ein Ultrahochvakuum-Aufbau (UHV-Aufbau) mit einer spektroskopischen Glaszelle eingesetzt, in welchem man das Atom in einer optischen Dipolfalle fängt. Zum Laden der Atome in die Diplofalle verwendet man eine magnetooptische Falle (MOT englisch: magnetooptical trap). Die Atome sind in der Glaszelle gut für die Manipulation mit Lasern zugänglich und können ausreichend lange in der Falle festgehalten werden (~ 10s).

Im Folgenden wird näher auf die einzelnen Bestandteile der Einzelatomfalle, das Vakuum System, die MOT, die Dipolfalle und das Laser System eingegangen.

2.2.1. Vakuum System

Die Lebenszeit der Atome in der Falle ist hauptsächlich von Stößen mit anderen Atomen aus dem Hintergrundgas limitiert. Weitere limitierende Faktoren sind, Lichtkräfte (Strahlenbalance) und das Heizen der Atome durch Streuung von Photonen. Um lange Lebenszeiten der Atome in der Falle zu erreichen, wird das Experiment unter UHV-Bedingungen durchgeführt. Dafür wird eine Spektroskopie-Glaszelle verwendet, welche an eine Vakuumkammer angebracht ist, in welcher durch den Einsatz einer Ion-Getter-Pumpe Drücke von der Größenordnung weniger als $1 \cdot 10^{-9}$ mBar erreicht werden. Die Glaszelle ermöglicht zudem einen guten optischen Zugang aus allen räumlichen Richtungen. Im inneren der Glaszelle befindet sich ein Rubidium Dispensor, welcher thermische Rubidium Atome bereitstellt. Eine detailliertere Behandlung ist in [25] gegeben.

2.2.2. Optische Dipolfalle

Das Prinzip der optischen Dipolfalle beruht auf dem AC-Stark Effekt. Dieser führt durch ein, zu den atomaren Übergangsfrequenzen stark verstimmtes Lichtfeld, zu einer Verschiebung der atomaren Energie-Zustände. Das Lichtfeld erzeugt dadurch für das Atom ein Potential, welches je nach Verstimmung des Lasers attraktiv, bzw. repulsiv sein kann und der Energieverschiebung des Grundzustandes entspricht. Für einen stark rotverstimmten Laser kommt es zu einer Absenkung der Grundzustandsenergie, was einem attraktiven Potential



Abbildung 2.1.: Verschiebung der atomaren Zustände innerhalb eines Lichtfeldes mit der Frequenz ω_L . a) zeigt die Verschiebung für einen rotverstimmten Laser, was zu einem attraktiven Potential führt b). Das Fallenpotential U_0 ist proportional zur Intensität des Lasers.[27]

entspricht (siehe Abbildung 2.1). Das Fallenpotential für ein Mehrniveauatom wie ⁸⁷Rb kann über folgende Formel beschrieben werden, solange die optische Verstimmung im Vergleich zur Hyperfeinaufspaltung des angeregten Zustandes groß bleibt [16]:

$$U_{dip}(\overrightarrow{r}) = \Delta E = \frac{\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3} \cdot \left(\frac{2 + Pg_F m_F}{\Delta_{2,F}} + \frac{1 - Pg_F m_F}{\Delta_{1,F}}\right) \cdot I(\overrightarrow{r})$$
(2.1)

Hier ist g_F der Landé Faktor des dazugehörigen Hyperfeingrundzustandes F mit magnetischer Quantenzahl m_F , Γ ist die spontane Streurate, ω_0 ist die Resonanzfrequenz, $\Delta_{1,F}$ und $\Delta_{2,F}$ sind die Verstimmungen bezogen auf den Übergang des Hyperfeingrundzustandes F zu den angeregten Zuständen der Niveaus ${}^2P_{1/2}$ und ${}^2P_{3/2}$. Der Faktor P beschreibt die Polarisation des Lasers und kann die Werte 0 bzw. ± 1 für linear bzw. zirkular polarisiertes Licht annehmen. In unserem Experiment verwenden wir eine linear polarisierte Falle, womit P = 0 ist. $I(\overrightarrow{r})$ ist die Lichtintensität am Ort \overrightarrow{r} . Der Ausdruck innerhalb der Klammern beschreibt den Beitrag der Niveaus ${}^2P_{3/2}$ bzw. ${}^2P_{1/2}$ zum gesamten Dipolfallenpotential.

Das Dipolfallenlicht wird von einem Einzelmoden-Diodenlaser erzeugt, welcher bei einer Wellenlänge von 852nm läuft und eine Ausgangsleistung von 120mW hat. Der Laser ist bezogen auf die D2 Linie(780nm) um 72nm und bezogen auf die D1 Linie(795nm) um 57nm rotverstimmt. Der Laserstrahl wird zunächst in eine Monomodefaser gekoppelt wodurch sich am Ausgang eine saubere Gaußmode ergibt. Dieser wird dann auf einen Waist von $w_0 = 1.9 \mu m$ und eine Rayleigh-Länge von $z_R = 13.3 \mu m$ fokussiert. Die Form des Potentials entspricht nach obiger Formel dem des Intensitätsprofils des Laserstrahls, hier einem Gaußschen Strahl. Die Laserleistung vor der Zelle beträgt 30mW was einer Fallentiefe von $U_0 = 2.39mK$ am Ort des Fokus entspricht. Mit diesen Werten lassen sich Fallenfrequenzen (radial und longitudinal) angeben indem man eine harmonische Näherung des Potentials macht:

$$\omega_r = \sqrt{\frac{4U_0}{m \cdot w_0^2}} = 2\pi \cdot 84.5 \text{kHz}$$
(2.2)

$$\omega_l = \sqrt{\frac{2U_0}{m \cdot z_R^2}} = 2\pi \cdot 8.53 \text{kHz}$$
(2.3)

hier ist m die Masse des Atoms.

Bei der verwendeten Fallengeometrie kann im Zusammenspiel mit dem Kühllicht auf Grund des sogenannten "collision blockade"-Effektes [29] nicht mehr als ein Atom geladen werden. Dies wurde für die hier verwendete Fallengeometrie anhand von Messungen der Photonenstatistik mit Hilfe eines Hamburry-Brown-Twiss Aufbaus [4] verifiziert[32]. Die verwendete Atomfalle ist somit auch eine echte Einzelatomfalle.

2.2.3. Magnetooptische Falle

Um Atome in einer optischen Dipolfalle zu fangen, muss deren mittlere kinetische Energie deutlich kleiner als das konservative Fallenpotential der Dipolfalle sein. Des weiteren erhöht sich die Einfangwahrscheinlichkeit, wenn eine hohe lokale Dichte am Ort des Fokus der Dipolfalle herrscht. Die beiden Punkte, das Kühlen und das Verdichten der Atome, kann durch eine Magnetooptische Falle (MOT englisch: magneto-optical-trap) erreicht werden.

Die MOT besteht aus drei Paaren gegeneinanderlaufender Laserstrahlen und einem magnetischen Quadrupolfeld. Die drei Laserstrahlpaare kommen aus den drei Raumrichtungen - je einer pro Raumrichtung - und treffen sich am Ort der Dipolfalle. Die hier verwendeten Laserstrahlen bestehen aus Licht zweier Wellenlängen. Zum einen das Kühllicht (KL) welches bezogen auf den geschlossenen Übergang $5^2 S_{1/2} | F = 2 \rangle \rightarrow 5^2 P_{3/2} | F' = 3 \rangle$ rot verstimmt ist und zum Abbremsen/Kühlen der Atome dient. Und zum anderen die Rückpumpstrahlen (RP), welche resonant zu dem Übergang $5^2 S_{1/2} | F = 1 \rangle \rightarrow 5^2 P_{3/2} | F' = 2 \rangle$ sind. Sie dienen dazu Atome, welche nach einer nicht resonanten Anregung nach $5^2 S_{1/2} | F = 1 \rangle$ zerfallen sind, zurück in den Zustand $5^2 S_{1/2} | F = 2 \rangle$ zu pumpen, um den Kühlkreislauf zu schließen.

Auf Grund des Dopplereffekts kommt es zu einer bevorzugten Streuung des rotverstimmten Kühllichtes aus der Richtung, in welche sich das Atom bewegt [18, 6]. Dies ergibt einen gerichteten Impulsübertrag, welcher das Atom abbremst (kühlt). Die Atome werden somit in allen drei Raumrichtungen gekühlt. Um die Atome zudem noch zu fangen, wird ein magnetisches Quadrupolfeld benötigt, welches zu einer ortsabhängigen Verschiebung der atomaren Zeeman-Zustände führt. Diese Verschiebung der Zustände zusammen mit der Wahl von zirkular polarisiertem Licht ergibt eine ortsabhängige Kraft [24], welche die Atome in Richtung Fallenmitte drängt. Das magnetische Quadrupolfeld wird durch ein Spulenpaar erzeugt, welches in einer anti-Helmholtz Konfiguration aufgebaut ist. Zusammen mit den Kühlstrahlen wird hiermit eine dichte Wolke aus mehreren 10000 Rb Atomen erzeugt. Die Temperatur der Atome innerhalb dieser Wolke liegt sogar unterhalb des Limits, welches man für gewöhnliche Laserkühlung erwarten würde, dem Dopplerlimit (146 μ K für ⁸⁷Rb) was durch weitere Kühlungseffekte, wie das Polarisationsgradientenkühlen erklärt werden kann [8].

2.2.4. Lasersystem

Für das Experiment werden 9 verschiedene Wellenlängen zum Präparieren von Zeemanund Hyperfeinzuständen des Atoms, sowie zum Kühlen, Fangen und zur Zeeman-selektiven Auslese des Atomzustandes benötigt. Als Lichtquellen werden 6 Diodenlaser verwendet, von denen der Laser für die optische Dipolfalle und der Ionisationslaser, welcher für die atomare Zustandsauslese benötigt wird, nicht frequenzstabilisiert sind. Alle anderen Laser sind mit einem externen Gitter in Littrow-Konfiguration ausgestattet, durch welches sie frequenzstabilisiert werden können. Die Stabilisierung geschieht entweder direkt auf einen optischen Übergang mit Hilfe der FM-Lock Technik durch dopplerfreie Sättigungsspektroskopie in einer Rb Gaszelle[23, 26], oder indirekt über ein Referenzlock auf einen FM-Lock stabilisierten Laser. In Abbildung 2.2 ist eine Übersicht über die verwendeten Laserfrequenzen dargestellt.

Für den Ionisationslaser wird eine Single-Mode-Laserdiode¹ von Nichia verwendet, die Licht der Wellenlänge von 473nm abstrahlt. Um eine hohe Ionisationsleistung zu erhalten, wird die Laserdiode über ihrer Spezifikation mit einem gepulsten Strom-Treiber² betrieben. Für weitere Informationen über den verwendeten Ionisationslaser siehe [15].

Zur Feinabstimmung der Frequenzen, sowie zum Erzeugen der benötigten Pulsformen werden AOMs verwendet. Die hier verwendeten AOMs können das einfallende Licht um bis zu ± 300 MHz in der Frequenz verschieben, wodurch die exakten Frequenzen zum Adressieren der gewünschten Hyperfeinniveaus eingestellt werden können. Die AOMs haben Anstiegs- und Abfallszeiten von ~ 10..20ns und können daher zum Erzeugen von benötigten Pulsformen, sowie zum An- und Abschalten von Lasern genutzt werden. Nahezu alle AOMs werden in der sogenannten Doppelpasskonfiguration betrieben, was zum einen erlaubt die Frequenz über den doppelten Bereich zu verschieben und zum anderen zu einem Abschaltverhältnis besser als 100dB führt. Um die experimentelle zeitliche Abfolge umzusetzen, werden die AOMs über einen programmierbaren Zeitmuster-Generator angesteuert Kurtsiefer [22], welcher eine zeitliche Auflösung von 20ns hat. Nachdem das Licht die AOMs durchquert hat, wird es in optische Monomodefasern gekoppelt und zur Atomfalle geführt.

 $^{^{1}}$ NDA4116

 $^{^{2}\}mathrm{LDP}\text{-V}$ 03-100 UF3 von Picolas, zusammen mit einer Zusatzplatine LDP-V BOB



Abbildung 2.2.: Übersicht über die im Experiment verwendeten Laser und deren Frequenzen. Alle Laserstrahlen werden über Diodenlaser erzeugt und mit AOMs in ihrer Frequenz eingestellt, ausgenommen der Ionisationslaser (IL). DF - Dipolfalle; KL - Kühllaser; RP - Rückpumper; P1-1, P2-1 - optisches Pumpen; EXC - Anregung zur Erzeugung der Atom-Photon-Verschränkung; DET - Hyperfeinzustandsselektiver Detektionslaser (Readout-Laser); CL - Cycling-Laser wird zur Atomzustandsanalyse benötigt; IL - Ionisationslaser

2.3. Atom-Atom Verschränkung

Dieser Abschnitt soll einen Überblick über den experimentellen Ablauf bis hin zur Erzeugung des verschränkten Atom-Atom-Zustandes, sowie über die atomare Zustandsauslese geben.

2.3.1. Optischer Aufbau

Der optische Aufbau besteht aus zwei Teilen: Dem Fallenaufbau, mit welchem das Atom gefangen und manipuliert wird, und dem Aufbau zur Photonendetektion. Die beiden Bestandteile sind über optische Monomodefasern miteinander verbunden.

Fallenaufbau Die optischen Elemente des Fallenaufbaus befinden sich außerhalb der Vakuum-Glaszelle (siehe Abbildung 2.3). Das zentrale Element des Aufbaus ist ein Objektiv³ mit einer numerischen Apertur von 0.5 und einem Arbeitsabstand von 13.89mm (Objektiv 1). Es fokussiert das Licht der Dipolfalle (Strahltaille $w_0 = 1.9 \mu m$), sowie des

 $^{^3 \}rm Mitutoyo \ G$ Plan Apo50



Abbildung 2.3.: Übersicht über den optischen Fallenaufbau mit Glaszelle. [25]

Ionisationslasers (Strahltaille $w_0 = 1\mu m$) in die Glaszelle und sammelt zudem Fluoreszenzlicht vom Ort des gefangenen Atoms auf und definiert damit die Quantisierungsachse. Dieses Licht wird dann in eine Monomodefaser eingekoppelt und zum Aufbau der Photonendetektion geleitet (siehe Abschnitt 2.4). Auf der gegenüberliegenden Seite der Glaszelle wird eine Linse benutzt, um das Licht des Readout-Lasers, welches zur atomaren Zustandsdetektion verwendet wird, auf das Atom zu fokussieren (siehe Abschnitt 3.1.1). Der Anregelaser wird von der Vorderseite der Glaszelle und die beiden Pumplaser von der Rückseite der Glaszelle eingestrahlt.

Photonen Detektionsaufbau Die Hauptbestandteile der Photonendetektion sind vier Lawinenphotodioden⁴ (englisch: avalanche photodiode, **APD**) mit welchen man einzelne Photonen detektieren kann und ein 50:50 Faserstrahlteiler über den die Einzelphotonen der Atom-Photon-Verschränkung beider Fallen zusammengeführt werden. Der Faserstrahlteiler hat zwei Ausgänge, hinter denen sich jeweils ein Aufbau zur Polarisationsanalyse der Photonen befindet. Für die Polarisationsanalyse verwenden wir einen polarisierenden Strahlteilerwürfel (englisch: polarizing beam splitter, **PBS**) und zwei APDs. Durch eine Kombination aus einem $\lambda/2$ - und einem $\lambda/4$ -Wellenplättchen vor dem PBS ist es uns möglich die Photonen-Polarisation in jeder beliebigen Basis zu analysieren. In Abbildung 2.4 ist der Aufbau zur Photonendetektion schematisch dargestellt.

Mit diesem Aufbau können sowohl einzelne Photonen, als auch Zwei-Photonen-Zustände polarisationsabhängig untersucht werden. Die Zwei-Photonen-Zustände werden als Koinzi-

⁴Laser-Components Count-20C



Abbildung 2.4.: Schematischer Aufbau der Photonendetektion. Abgebildet ist die Anordnung der APDs und der Polarisationsanalyse, sowie der Faserstrahlteiler, über welchen das Licht beider Fallen zusammengeführt wird. [19]

Name	Detektor Kombination	
DP	$APD1_{\perp}$ und $APD1_{\parallel}$	$APD2_{\perp}$ und $APD2_{\parallel}$
DM	$APD1_{\perp}$ und $APD2_{\parallel}$	$APD1_{\parallel}$ und $APD2_{\perp}$
$D \varnothing$	$APD1_{\parallel}$ und $APD2_{\parallel}$	$APD1_{\perp}$ und $APD2_{\perp}$

Tabelle 2.1.: Die Tabelle fasst bestimmte Detektorkombinationen unter einer neuen Bezeichnung zusammen.

denzereignisse an den APDs registriert. Da die Detektoren nicht Photonenzahl auflösend sind, können Koinzidenzen nur dann detektiert werden, falls die beiden Photonen an zwei unterschiedlichen Detektoren auftreffen. Mit der Verwendung von vier APDs gibt es dafür sechs verschiedene Detektorkombinationen, welche in Tabelle 2.1 zusammengefasst sind.

Experimentelle Steuerung Die experimentelle Abfolge und Timings werden von einem Zeitmuster-Generator [22] kontrolliert und geregelt. Dieser ist in der Lage Laser an und aus zu schalten und auf äußere Ereignisse, wie das Detektieren von Photonen, auf einer Zeitskala von 20ns zu reagieren. Zum Speichern der Zeitpunkte von Detektionsereignissen, wie der Detektion von Photonen oder Ionisationsfragmenten, wird eine Timestamp-Unit verwendet. Synchronisationssignale, welche man zum Markieren von experimentellen Sequenzen benötigt, werden ebenfalls gespeichert. Dadurch kann man nach der Messung die Detektionsereignisse dem jeweiligen Detektor und dem Detektionszeitpunkt zuordnen.



Abbildung 2.5.: Integrierte Zählrate der Einzelphotondetektoren. Die durchschnittliche Detektorzählrate wenn sich ein Atom in der Falle befindet ist $1700 \frac{\text{Ereignisse}}{\text{s}}$ und $400 \frac{\text{Ereignisse}}{\text{s}}$, falls sich keines in der Falle befindet. [19]

Laden der Dipolfalle Zum Laden eines Atoms werden zunächst die Laser und die Magnetfelder der MOT, sowie der Dipolfallenpotential eingeschaltet. Gleichzeitig beobachtet das Hauptsteuerprogramm des Experiments die Fluoreszenz am Ort der Dipolfalle. Wird ein Atom gefangen, befindet es sich genau im Aufsammelbereich des Objektivs und es kommt zu einem sprunghaften Anstieg der Zählrate (siehe Abbildung 2.5), welche von dem Programm erkannt wird. Daraufhin werden die Laser, sowie die Magnetfelder der MOT ausgeschaltet.

2.3.2. Erzeugung der Atom-Photon Verschränkung

Der erste Schritt in Richtung Atom-Atom Verschränkung geht über die Erzeugung von zwei verschränkten Atom-Photon Paaren in zwei voneinander unabhängigen Fallen. Die Art und Weise wie man den verschränkten Atom-Photon-Zustand erhält ist bei beiden Fallen gleich und wird daher exemplarisch nur für eine Falle beschrieben.

Befindet sich ein einzelnes Atom in der Falle, wird dieses durch optisches Pumpen in den Zustand $5^2 S_{1/2} | F = 1, m_F = 0 \rangle$ präpariert (siehe Abbildung 2.6). Für den Pumpvorgang werden drei Laser benötigt. Der Pump2-1 Laser ist resonant zu dem Übergang $F = 2 \rightarrow F' = 1$ und soll den Zustand F = 2 entleeren. Er pumpt die Zustandspopulation aus F = 2 nach F = 1, jedoch mit gleicher Wahrscheinlichkeit in alle drei Zeeman-Unterzustände.



Abbildung 2.6.: Optisches Pump-Schema über welches das Atom in den Zustand $5^2 S_{1/2} | F = 1, m_F = 0 \rangle$ präpariert wird. Dies wird über das Einstrahlen zweier Pumplaser, sowie des Kühllasers erreicht, wodurch der einzig verbleibende Dunkelzustand dieser Lichtkonfiguration, der gewünschte Zustand ist. [27]

Der zweite Laser ist der π polarisierte Pump1-1, welcher resonant zu dem Übergang $F = 1 \rightarrow F' = 1$ ist. Für diesen Laser ist der Übergang $5^2S_{1/2} | F = 1, m_F = 0 \rangle \rightarrow 5^2P_{3/2} | F' = 1, m_F = 0 \rangle$ verboten, woraufhin der Zustand $5^2S_{1/2} | F = 1, m_F = 0 \rangle$ für diese Lichtkonfiguration ein Dunkelzustand wird. Für den Pump2-1 Laser gibt es jedoch noch zwei Dunkelzustände, weshalb dieser den Zustand F = 2 nicht vollständig entleeren kann. Daher wird zu den beiden Pumplasern auch noch der Kühllaser verwendet, um die beiden Dunkelzustände zu entvölkern. Das Atom kann somit innerhalb von 2μ s in den gewünschten Ausgangszustand $5^2S_{1/2} | F = 1, m_F = 0 \rangle$ gepumpt werden.

Ausgehend von diesem Zustand wird das Atom mit einem optischen π -Puls von ~ 20ns Länge in den Zustand $5^2 P_{3/2} | F' = 0$, $m_{F'} = 0$ angeregt (Abbildung 2.7). Der dafür nötige Anregelaser ist π polarisiert und resonant zu dem Übergang $5^2 S_{1/2} | F = 1$, $m_F = 0$ \rightarrow $5^2 P_{3/2} | F' = 0$, $m_F = 0$. Der angeregte Zustand hat eine Lebenszeit von 26.2ns [30] und zerfällt spontan in den Grundzustand F = 1, unter Emission eines einzelnes Photons dessen Polarisationszustand mit dem Zeeman-Zustand des Atoms verschränkt ist. Der Zerfall in die Zeeman-Zustände $5^2 S_{1/2} | F = 1$, $m_F = -1$ bzw. $5^2 S_{1/2} | F = 1$, $m_F = +1$ führt zur Emission eines $\sigma^+(\text{links-zirkular polarisierten})$ bzw. $\sigma^-(\text{rechts-zirkular polarisierten})$ Photons. Der Zerfall in $5^2 S_{1/2} | F = 1$, $m_F = 0$ erzeugt ein π -polarisiertes (linear, entlang der Quantisierungsachse polarisiertes) Photon. Die emittierten Einzelphotonen werden über ein Objektiv, welches die Quantisierungsachse definiert, in eine Monomodefaser gekoppelt,



Abbildung 2.7.: Erzeugung der Atom-Photon-Verschränkung durch spontanen Zerfall des Atoms aus dem angeregten Zustand $5^2 P_{3/2} | F' = 0, m_{F'} = 0 \rangle$.

wobei der π -polarisierte Anteil herausgefiltert wird [32]. Über die Glasfaser werden die Einzelphotonen zur Photonendetektion geleitet, welche sowohl zur Polarisationsanalyse, als auch für Bell-Zustands Messungen verwendet werden kann. Ohne weitere Wechselwirkungen mit der Umwelt befindet sich das System aus emittiertem Einzelphoton und Atom in einer kohärenten Superposition der beiden Zerfallswege, wodurch diese einen maximal verschränkten Atom-Photon-Zustand bilden:

$$\left|\Psi^{+}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\left|F=1, m_{F}=-1\right\rangle \left|\sigma^{+}\right\rangle + \left|F=1, m_{F}=+1\right\rangle \left|\sigma^{-}\right\rangle).$$
 (2.4)

Dies ist einer von vier maximal verschränkten Zuständen, welche die Basis eines Zwei-Qubit-Systems aufspannen. Diese vier Zustände werden als Bell-Zustände bezeichnet und sind nachfolgend definiert:

$$\begin{aligned} |\Psi^{+}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle |\downarrow\rangle + |\downarrow\rangle |\uparrow\rangle) \\ |\Psi^{-}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle |\downarrow\rangle - |\downarrow\rangle |\uparrow\rangle) \\ |\Phi^{+}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle |\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle |\downarrow\rangle) \\ |\Phi^{-}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle |\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle |\downarrow\rangle) \end{aligned}$$
(2.5)

Hier ist $\{|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle\}$ die Basis der einzelnen Qubit-Systeme.



Abbildung 2.8.: Schema des Entanglement Swapping Protokolls.

2.3.3. Zwei-Photonen-Interferenz und Entanglement Swapping

Zur Verschränkung der Atome wird die Methode des *Entanglement Swapping* verwendet. Die Verschränkung kann hier erzeugt werden, ohne dass die Atome je miteinander direkt wechselwirken mussten [31]. Die Ausgangssituation sind 2 Paare an verschränkten Teilchen, in unserem Fall zwei Atom-Photon verschränkte Paare der Form 2.4. Teilchen 1 und 2, sowie Teilchen 3 und 4 sind miteinander verschränkt. Um nun Teilchen 1 und 4 miteinander zu verschränken, projiziert man die beiden anderen Teilchen 2 und 3 (in unserem Fall die beiden Photonen) auf einen Bell-Zustand, woraufhin sich die Verschränkung auf die Teilchen 1 und 4 (in unserem Fall die beiden Atome) überträgt (siehe Abbildung 2.8). Diese Projektionsmessung wird als Bell-Zustandsmessung (englisch Bell-state projection BSP) bezeichnet.

Der gesamte 4 Teilchen Zustand $|\Psi\rangle_{1234}$ setzt sich aus den beiden verschränkten Atom-Photon-Paaren $|\Psi^+\rangle_{12}$ und $|\Psi^+\rangle_{34}$ zusammen, wobei die Indizes 12 bzw. 34 für das Paar von Falle 1 bzw. Falle 2 stehen:

$$\left|\Psi\right\rangle_{1234} = \left|\Psi^{+}\right\rangle_{12} \otimes \left|\Psi^{+}\right\rangle_{34}. \tag{2.6}$$

Durch umformen bekommt man [19]:

$$\begin{split} |\Psi\rangle_{1234} &= \frac{1}{4} (|\Psi^{+}\rangle_{14} \otimes |\Psi^{+}\rangle_{23}) \\ &+ \frac{1}{4} (|\Psi^{-}\rangle_{14} \otimes |\Psi^{-}\rangle_{23}) \\ &+ \frac{1}{4} (|\Phi^{+}\rangle_{14} \otimes |\Phi^{+}\rangle_{23}) \\ &+ \frac{1}{4} (|\Phi^{-}\rangle_{14} \otimes |\Phi^{-}\rangle_{23}). \end{split}$$
(2.7)

Hier bezeichnen die Indizes 14 den Atom-Atom- und 23 den Photonen-Zustand. Man sieht nun, dass durch die Projektion der beiden Photonen auf einen Bell-Zustand, die Verschränkung auf die beiden Atome übertragen wird. Diese befinden sich nach der Projektion in demselben Bell-Zustand, auf welchen die Photonen projiziert wurden. Eine detailliertere Behandlung ist in [19] zu finden.

Der zentrale Teil des Entanglement Swapping Protokolls, die Bell-Zustandsmessung, beruht in unserem Experiment auf Zwei-Photonen-Interferenz am Strahlteiler mit anschließender polarisationsunterscheidender Koinzidenzmessung des Zwei-Photonen-Zustandes. Die Photonen werden dabei auf einen von vier Bell-Zustände $|\Phi^{\pm}\rangle$ und $|\Psi^{\pm}\rangle$ projiziert. Quanteninterferenz der beiden Photonen tritt nur dann auf, wenn sie sich bezüglich aller Freiheitsgrade im gleichen Quantenzustand befinden, also ununterscheidbar sind. In unserem Fall stammen die Photonen aus der spontanen Emission zweier getrennter Atome, welche unter gleichen Bedingungen gefangen und manipuliert werden. Ferner werden die Anregungsprozesse synchronisiert, sodass die Photonen zeitlich am Strahlteiler überlappen. Dadurch sind diese in allen Freiheitsgraden ununterscheidbar. Da die beiden Photonen jeweils mit einem Atom verschränkt sind, ist der in den Strahlteiler eingehende Zwei-Photonen-Zustand in einer Mischung aus allen vier Bell-Zuständen. Durch Betrachtung der am Strahlteiler interferierenden Transmissions- und Reflexionsamplituden [19] kommt man zum Ergebnis, dass mit der in Abschnitt 2.4 vorgestellten Photonendetektion zwei der vier Bell-Zustände⁵ durch Koinzidenzmessungen identifiziert werden können. Der Zustand $|\Psi^+\rangle$ führt zu Koinzidenzen in den Detektorkombinationen DP und der Zustand $|\Psi^-\rangle$ in Detektorkombinationen DM (siehe Tabelle 2.1). Alle anderen Detektionsereignisse, hier mit $D \varnothing$ zusammengefasst, stammen von keinem Bell-Zustand und sollten daher bei einer perfekten Zwei-Photonen-Interferenz nicht auftreten [19].

⁵Der Aufbau kann die Zustände $|\Phi^{\pm}\rangle$ nicht unterscheiden, da hier beide Photonen immer am selben Detektor auftreffen. Diese können jedoch nicht die Anzahl der detektieren Photonen unterscheiden.

3. Effiziente Einzelschuss-Zustandsanalyse eines gespeicherten Rb-Atoms

Dieses Kapitel behandelt die Zustandsanalyse von einzelnen Rb-Atomen. Hierfür wird zu Beginn dieses Kapitels das zugrunde liegende Ionisationsschema, sowie die Methode zur Detektion der Ionisationsfragmente beschrieben. Anschließend werden Ionisationsmessungen an einzelnen Rb-Atomen vorgestellt und analysiert. Zum genaueren Verständnis des Ionisationsprozesses wurden Simulationen durchgeführt, deren Funktion und Ergebnisse im dritten Teil dieses Kapitels präsentiert werden. Zum Abschluss werden Messergebnisse und Simulation anhand eines Beispiels miteinander verglichen.

3.1. Ionisationsschema und Detektion der Ionisationsfragmente

Um dem Ziel einer schlupflochfreien Bell-Messung näher zu kommen, benötigt man eine atomare Zustandsauslese, welche sehr schnell und zugleich sehr effizient ist. Existierende Methoden wie die "Shelving"-Technik an neutralen Atomen [13, 12] und die "Push-Out"-Methode [32], welche auf der Fluoreszenz-Messung gestreuter Photonen beruhen, sind nicht schnell genug (mehrere μ s bis ms) und kommen daher für unsere Anwendung nicht in Frage. Eine Möglichkeit der schnellen Zustandsauslese ist über Photoionisation mit anschließender Detektion der entstandenen Ionisationsfragmente durch Kanalelektronenvervielfacher. Das Prinzip wurde in [17] für viele Atome in einer Wolke demonstriert. Es fehlte aber noch die Umsetzung für ein einzelnes Atom.

Hyperfeinzustandsselektive Photoionisation: Der Abstand der beiden Hyperfeinniveaus des Grundzustandes beträgt 6.8GHz [30], wodurch eine hyperfeinzustandsselektive Anregung des Atoms nach $5^2P_{3/2} |F' = 3\rangle$ mit anschließender Ionisation einfach umsetzbar ist. Für die Anregung wird der sogenannte Cycling-Laser (780nm) verwendet, welcher resonant zu dem geschlossenen Übergang $5^2S_{1/2} |F = 2\rangle \rightarrow 5^2P_{3/2} |F' = 3\rangle$ ist, und für



Abbildung 3.1.: Hyperfeinzustandsselektive Ionisation. Der Cycling-Laser regt das Atom aus dem Grundzustand F = 2 in den Zustand F' = 3 an, von wo aus es ionisiert werden kann. (Der Abstand vom $5^2P_{3/2}$ -Niveau zur Ionisationsschwelle ist wesentlich größer, als der Abstand vom $5^2S_{1/2}$ - zum $5^2P_{3/2}$ -Niveau.)

die Ionisation der sogenannte Ionisationslaser (473nm). Das Atom wird demnach ionisiert, wenn es sich im Zustand $5^2 S_{1/2} | F = 2 \rangle$ befindet und nicht, wenn es im Zustand $5^2 S_{1/2} | F = 1 \rangle$ ist. In Abbildung 3.1 ist das Ionisationsschema des 2 Photonen Ionisationsprozesses schematisch dargestellt.

Eine zusätzliche Anforderung für uns ist, dass wir in der Lage sein müssen, unser atomares Qubit in jeder erwünschten Basis auslesen zu können, was hier bedeutet, ausgewählte Superpositionen der beiden entarteten Zeeman-Grundzustände $|F = 1, m_F = \pm 1\rangle$ voneinander zu unterscheiden. Das soeben vorgestellte Ionisationsschema ist für sich alleine nicht Zeeman-zustandsselektiv, kann aber durch die Kombination mit einem adiabatischen Zustandstransfer (STIRAP¹) [32, 27] zu einem Zeeman-zustandsselektiven Ionisationsschema erweitert werden. In diesem, in früheren Experimenten [15, 25] verwendeten Schema, wird eine über die Polarisation der STIRAP Laser ausgewählte Superposition der beiden Grundzustände $|F = 1, m_F = \pm 1\rangle$ von $S_{1/2} |F = 1\rangle$ nach $S_{1/2} |F = 2\rangle$ übergeführt.

Mit einem weiteren Ionisationsschema, welches aktuell verwendet wird, ist es möglich

¹Stimulated Raman Adiabatic Passage

eine beliebige Superpositionen der Qubit-Zustände direkt zu ionisieren. Man ist dabei nicht mehr auf den Zwischenschritt des STIRAP-Übergangs angewiesen, wodurch mögliche Fehler durch den Zustandstransfer vermieden, sowie die Detektionszeit reduziert werden kann [17, 15]. Die Auslese des atomaren Zustandes geschieht in zwei Schritten. Im ersten Schritt wird eine ausgewählte Superposition der beiden Zeeman-Grundzustände optisch angeregt und anschließend mit Hilfe des Ionisationslasers ionisiert (befindet sich das Atom dagegen in der zu der ausgewählten orthogonalen Superposition, so wird es nicht angeregt und entsprechend nicht ionisiert). Im zweiten Schritt werden dann die entstandenen Ionisationsfragmente mittels Kanalelektronenvervielfacher detektiert. Entsprechende Effizienz vorausgesetzt kann, je nachdem ob man Ionisationsfragmente detektiert oder nicht, unterschieden werden in welcher der beiden Superpositions-Zustände sich das Atom befand.

Im Folgenden werde ich genauer auf die beiden Teilschritte der Zustandsauslese für das direkte Ionisationsschema eingehen.

3.1.1. Zeeman-zustandsselektive Ionisation

Für diese Art der Ionisation des Atoms werden zwei Laser verwendet. Der sogenannte Readout-Laser (795nm), welcher das Atom zustandsselektiv in den ersten angeregten Zustand $5^2 P_{1/2} | F' = 1 \rangle$ anregt und der Ionisationslaser (473nm), welcher das Atom von dem angeregten Zustand aus, mit nur einem Ionisationspuls ("Einzelschuss"), ionisiert (siehe Abbildung 3.2). Die Messbasis der Zustandsauslese kann über die Polarisation des Readout-Lasers festgelegt werden. Auf Grund von Auswahlregeln des verwendeten Ubergangs gibt es im Qubit-Unterraum für jede Wahl der Polarisation des Readout-Lasers einen Hellzustand $|b\rangle$, welcher an das Lichtfeld mit dieser Polarisation koppelt und einen zu diesem Zustand orthogonalen Dunkelzustand $|d\rangle$, welcher nicht an das Lichtfeld koppelt. Sowohl Hell- als auch Dunkelzustand sind Superpositionen der Grundzustände $|F=1, m_F=\pm 1\rangle$. Im Idealfall koppelt nur der Hellzustand an das Lichtfeld des Readout-Lasers, wird angeregt und daraufhin ionisiert. In diesem Fall können Ionisationsfragmente detektiert werden. Hingegen koppelt der Dunkelzustand nicht an das Lichtfeld, wird daher nicht ionisiert und es werden auch keine Ionisationsfragmente detektiert. Zur Vollständigkeit soll hier noch erwähnt werden, dass unabhängig von der gewählten Polarisation, auch der Grundzustand $|F = 1, m_F = 0\rangle$ angeregt und ionisiert werden kann. Dies hat Einfluss auf die Zustandsanalyse im Fall von angelegten äußeren Magnetfeldern und Fehlern in der Zustandspräparation.

Zerfälle des angeregten Zustandes Im vorherigen Absatz haben wir nur den reinen Ionisationsvorgang betrachtet und nicht berücksichtigt, dass der angeregte Zustand $5^2 P_{1/2} |F' = 1\rangle$ eine endliche Lebensdauer von 27.7ns [30] hat. Es kann daher während des



Abbildung 3.2.: Hyperfeinzustandsselektive Zustandsauslese des ⁸⁷Rb-Atoms über polarisationsabhängige Photoionisation. Über die Wahl der Polarisation des Readout-Lasers wird eine bestimmte Superposition des Grundzustandes F = 1 in den Zustand $5^2 P_{1/2} | F' = 1, m_{F'} = 0 \rangle$ angeregt, von wo aus die Ionisation durch den Ionisationslaser möglich ist. Während des Ionisationsprozesses kann es zu Zerfällen in die Grundzustände kommen, was zu einer Reduzierung der Ionisationswahrscheinlichkeit führen würde. Um dies zu verhindern wird zudem noch der Cycling-Laser eingestrahlt, welcher das Atom aus dem Grundzustand $5^2 S_{1/2} | F = 2 \rangle$ in den Zustand $5^2 P_{3/2} | F' = 3 \rangle$ anregt, von wo aus das Atom wieder ionisiert werden kann.

Ionisationsprozesses zu Zerfällen des angeregten Zustandes in die Grundzustände F = 1und F = 2 kommen (siehe Abbildung 3.2). Der Ionisationslaser benötigt daher ausreichend Leistung, sodass die Ionisationszeit deutlich kürzer als die natürliche Lebensdauer des angeregten Zustandes ist.

Zerfällt das Atom trotzdem in den Grundzustand F = 2, kann dieses nicht mehr ionisiert werden, was zu einer Reduzierung der Ionisationswahrscheinlichkeit führen würde. Um dies zu verhindern, wird zusätzlich noch der Cycling-Laser (780nm) verwendet, welcher das Atom vom Zustand $5^2 S_{1/2} | F = 2 \rangle$ in den Zustand $5^2 P_{3/2} | F' = 3 \rangle$ anregt, von wo aus der Ionisationslaser das Atom ionisieren kann.

Zerfällt das Atom in den Zustand F = 1, gibt es drei Möglichkeiten:

- 1. Zerfall in den Zustand $|F = 1, m_F = 0\rangle$: hier kann wie oben geschrieben, unabhängig von der gewählten Messbasis, das Atom erneut angeregt und ionisiert werden. Es kommt somit zu keiner Verringerung an Ionisationswahrscheinlichkeit.
- 2. Zerfall in den Hellzustand $|b\rangle$: Zerfällt das Atom in den Hellzustand, kann dieses erneut angeregt und ionisiert werden. Es kommt ebenfalls zu keiner Reduzierung der Ionisationswahrscheinlichkeit.
- 3. Zerfall in den Dunkelzustand $|d\rangle$: in diesem Fall, kann das Atom nicht mehr resonant angeregt werden, was zu einer Reduzierung der Ionisationswahrscheinlichkeit um ~ 2% und somit zur Reduzierung der Qualität des atomaren Nachweises führt. Dies ist einer der limitierenden Faktoren der Zustandsauslese.

Nicht resonante Anregung Soweit wurde nur die resonante Kopplung des Zustandes $|b\rangle$ betrachtet. Es gibt jedoch auch eine nicht resonante Kopplung des Readout-Lasers an den benachbarten Hyperfeinzustand $(5^2P_{1/2}|F'=2\rangle)$, über welchen eine Ionisation des Atoms möglich ist (siehe Abbildung 3.3). Auch wenn diese Kopplung sehr viel schwächer als die resonante ist, hat sie einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf die Qualität der Zustandsauslese. Für den Hellzustand ergibt sich kaum eine Änderung, da der Hauptanteil über die resonante Kopplung ionisiert wird und somit der zusätzliche nicht resonante Beitrag nur einen untergeordneten Zusatz zur Gesamtionisation liefert. Unter Ausschluss von Präparationsfehlern und externen Magnetfeldern gibt es für den Dunkelzustand $|d\rangle$ keine resonante Kopplung an den angeregten Zustand. Somit ist die einzig verbleibende Möglichkeit den Dunkelzustand zu ionisieren die nicht resonante Anregung in den Hyperfeinzustand $5^2P_{1/2}|F'=2\rangle$. Dieser Beitrag liegt je nach Leistung und Länge des Readout-Lasers im Bereich von 1 - 3%, was zur Verringerung der Unterscheidung der beiden Zustände $|b\rangle$ und $|d\rangle$ führt. Dies ist ein weiterer limitierender Faktor zur Qualität der Zustandsauslese und somit auch des gemessenen atomaren Zustandes.

Bei den Zuordnungen, "Detektion" \Rightarrow das Atom war im Hellzustand und "keine Detektion" \Rightarrow das Atom war im Dunkelzustand, muss Folgendes berücksichtigt werden. Die erste Zuordnung ist nicht eindeutig, da es über nicht resonante Anregung und darauffolgender Ionisation des Dunkelzustandes auch zur Detektion von Ionisationsfragmenten kommen kann. Bei der zweiten Zuordnung ist die Detektionseffizienz der Kanalelektronenvervielfacher (siehe Abschnitt 3.2.1) mit zu beachten, da nicht jede Erzeugung von Ionisationsfragmenten auch detektiert wird. Die Qualität der Zustandsauslese wird im Folgenden auch als Güte bezeichnet.

3.1.2. Detektion der Ionisationsfragmente

Um zu verifizieren ob eine Ionisation stattgefunden hat und um die Zustandsauslese abzuschließen, müssen die gegebenenfalls entstandenen Ionisationsfragmente detektiert



Abbildung 3.3.: Schema der nicht resonanten Anregung in den Zustand $5^2 P_{1/2} |F' = 2\rangle$ mit anschließender Ionisation.

werden. Hierfür werden in unserem Experiment Kanalelektronenvervielfacher (Englisch: Channel Electron Multipliers oder kurz CEMs) verwendet. Mit CEMs kann man einzelne geladene Teilchen, wie Elektronen und Ionen, schnell detektieren. Die nach der Ionisation entstandenen Ionisationsfragmente werden dazu mit einer an den CEMs angelegten Beschleunigungsspannung zu den CEMs beschleunigt und treffen schließlich mit einer Energie von mehreren Kiloelektronenvolt (für Ionen) und einigen hundert Volt (für Elektronen) [25] auf die Innenseite der CEMs auf. Beim Einschlag werden Sekundärelektronen ausgelöst, welche vervielfacht werden und am Ende als makroskopisches Signal detektiert werden können. Eine genauere Behandlung und weiterführende Informationen über die verwendeten Kanalelektronenvervielfacher sind in [17] gegeben.

Um unseren Atomzustand mit hoher Güte auslesen zu können müssen wir die entstandenen Ionisationsfragmente mit hoher Effizienz (~ 99%) detektieren. Je geringer die Detektionseffizienz ist, desto schlechter können die beiden Zustände $|b\rangle$ und $|d\rangle$ voneinander unterschieden werden. Hat zum Beispiel eine Ionisation stattgefunden und werden die Ionisationsfragmente nicht detektiert, würde dies eine falsche Aussage über den Atomzustand führen. Messungen zur Optimierung der Detektionseffizienz werden im Kapitel 3.2.1 vorgestellt.



Abbildung 3.4.: Vakuum-Glaszelle mit Detektoren zum Nachweis der Ionisationsfragmente. Der gelbe Punkt in der Mitte des Bildes zeigt den Ort des Atoms an, an welchem es gefangen und ionisiert wird. Ebenfalls sind die beiden, im Inneren der Glaszelle montierten und über vakuumtaugliche Hochspannungskabel elektrisch kontaktierten, Detektoren zu erkennen, mit denen die entstandenen Ionisationsfragmente detektiert werden. Zudem sind senkrecht zur Verbindungsachse der beiden CEMs zwei elektrisch kontaktierte Kompensationselektroden befestigt.

Aufbau zur Ionisationsdetektion In Abbildung 3.4 ist die Vakuum-Glaszelle, in welcher einzelne Atome gefangen und manipuliert werden können, dargestellt. Der gelbe Punkt in der Mitte des Bildes zeigt den Ort der optischen Dipolfalle an und somit auch den Ort an dem das Atom gefangen und ionisiert wird. Ebenfalls zu erkennen sind die beiden Detektoren, mit denen die entstandenen Ionisationsfragmente detektiert werden. Sie sind im Inneren der Glaszelle montiert und über vakuumtaugliche Hochspannungskabel elektrisch kontaktiert. Die Kabel sind mit Kapton[©] isoliert und werden über Polyamid Kabelhalterungen geführt, sodass der optische Zugang zum Atom nicht blockiert wird. Die beiden großen Innenseiten der Glaszelle sind mit einer Schicht aus elektrisch leitendem Indiumzinnoxid beschichtet und können genauso wie die zwei senkrecht zur Verbindungsachse der beiden CEMs befestigten Kompensationselektroden auf ein einstellbares Potential gelegt werden. Dadurch kann der Potentialverlauf des elektrischen Feldes zwischen den Kanalelektronenvervielfachern geändert werden, wodurch man den Auftreffpunkt der Ionisationsfragmente im Inneren der Detektoren und damit die Detektionseffizienz beeinflussen kann [17, 25]. Ferner verhindert die Indiumzinnoxid Beschichtung eine Aufladung der Seitenwände der Glaszelle, was zu einer zufälligen, zeitabhängigen Verformung des Potentialverlaufs führen würde.

Kanalelektronenvervielfacher Um die Ionisationsfragmente vom Ort der Ionisation zu den Detektoren zu bringen, wird zwischen den beiden CEMs eine Beschleunigungsspannung



Abbildung 3.5.: Beim Auftreffen des geladenen Teilchens auf die Innenseite des Trichters, werden sekundäre Elektronen ausgelöst, welche wiederum über eine Gain-Spannung von 3.2kV beschleunigt werden und, durch zusätzliche Stöße mit der Kanalwand, weitere Elektronen auslösen. Dies führt zu einer Elektronen-Lawine, welche über eine Anodenspannung von 100V aufgesammelt und als makroskopisches elektrisches Signal weitergeleitet wird.

von 4.3kV angelegt, welche den Ionisationsfragmenten genügend kinetische Energie verleiht, um Sekundärelektronen auszulösen. An den Trichtern der CEMs befindet sich jeweils eine Blende aus Kupfer mit einem Loch in der Mitte (siehe Abbildung 3.4). Die Blenden führen zu einem homogeneren Beschleunigungsfeld und zu einer Verbesserung des Einfallwinkels der Ionisationsfragmente [17]. Elektron und Ion werden durch das Beschleunigungsfeld zu jeweils einem Detektor beschleunigt und können somit unabhängig voneinander detektiert werden. Die Detektionszeit hängt überwiegend von der Flugzeit der Ionisationsfragmente vom Ort der Ionisation zu den Detektoren ab. Da das Ion um ein Vielfaches schwerer als das Elektron ist, ist die Flugzeit des Ions der limitierende Beitrag. Sie beträgt in unserem Aufbau ~ 360 ns.

Trifft nun ein geladenes Teilchen mit ausreichender Energie und richtigem Einfallswinkel auf die Innenseite des Trichters, löst dieses sekundäre Elektronen aus. Diese sekundären Elektronen werden durch eine an dem Vervielfacherkanal angelegte positive Gain-Spannung von 3.2kV beschleunigt und lösen weitere Elektronen aus der Kanalwand aus. Dies führt zu einer Elektronen-Lawine, welche über eine Anodenspannung von 100V aufgesammelt und als makroskopisches elektrisches Signal weitergeleitet wird (siehe Abbildung 3.5). Die Höhe des elektrischen Pulses gemessen an einem Messwiderstand von 50 Ω liegt im Bereich von 100 – 200mV .

3.2. Ionisationsmessungen an einzelnen Rb-Atomen

In diesem Abschnitt werden Messungen vorgestellt, welche an einzelnen gefangenen Rb-Atomen durchgeführt wurden. Das Ziel war, die Detektionseffizienz der CEMs zu optimieren, die einzelnen Beiträge zur Güte der Zustandsauslese quantitativ zu bestimmen und optimale Pulsparameter für eine schnelle und effiziente Zustandsauslese zu finden. Im Folgenden werden die durchgeführten Messungen und deren Ergebnisse dargestellt.

3.2.1. Optimierung der Detektionseffizienz

Um den Atomzustand mit hoher Güte auslesen zu können, müssen wir die beiden Zustände $|b\rangle$ und $|d\rangle$ möglichst gut voneinander unterscheiden. Dafür ist eine möglichst hohe Detektionseffizienz der CEMs notwendig. In diesem Unterabschnitt wird zuerst beschrieben wie wir die absoluten Detektionseffizienzen der beiden CEMs messen können. Aus den Effizienzen der einzelnen CEMs kann dann eine totale Detektionseffizienz für den Nachweis von Ionisationsfragmenten bestimmt werden. Mit dem Wissen wie wir unsere Detektionseffizienzen bestimmen, können dann Optimierungsmessungen durchgeführt werden.

Bestimmen der Detektionseffizienz Mit unserem Aufbau sind wir in der Lage absolute Detektionseffizienzen der einzelnen CEMs, sowie eine totale Detektionseffizienz für die kombinierte Verwendung von beiden CEMs zu bestimmen. Dieses wird möglich durch Kombination aus zwei Voraussetzungen. Erstens, jeder Ionisationsprozess liefert uns immer ein Paar an Ionisationsfragmenten, ein Elektron und ein Ion. Wir haben also eine Quelle von Paaren. Zweitens, wir verwenden zwei Detektoren, mit denen wir unabhängig voneinander drei Messgrößen messen können: die Anzahl an gemessenen Elektronen N_{el} , die Anzahl an gemessenen Ionen N_{ion} und die Anzahl an Koinzidenzen N_k , d.h. für einen Ionisationsversuch wurden sowohl das Elektron, als auch das Ion detektiert. Aus diesen drei Größen kann man nun die Detektionseffizienzen für Elektronen η_{el} und für Ionen η_{ion} bestimmen:

$$\eta_{el} = \frac{\eta_{el} \cdot \eta_{ion} \cdot N}{\eta_{ion} \cdot N} = \frac{N_k}{N_{ion}}.$$
(3.1)

Hier ist N die Anzahl an erzeugten Ionisationsfragmentpaaren. Die Effizienz für Ionen berechnet sich analog:

$$\eta_{ion} = \frac{\eta_{el} \cdot \eta_{ion} \cdot N}{\eta_{el} \cdot N} = \frac{N_k}{N_{el}}.$$
(3.2)

33

Hier soll darauf hingewiesen werden, dass die Anzahl N an erzeugten Ionisationsfragmentpaaren zur Bestimmung der Detektionseffizienzen nicht bekannt sein muss, d.h. diese Methode ist nicht von der Ionisationswahrscheinlichkeit abhängig. Um Nachzuweisen, dass eine Ionisation stattgefunden hat, ist es ausreichend nur eines der beiden Ionisationsfragmente zu detektieren. Kombiniert man jetzt die Detektionen von beiden CEMs kann man eine deutlich höhere totale Detektionseffizienz η_{tot} erreichen. Sie berechnet sich wie folgt:

$$\eta_{tot} = 1 - (1 - \eta_{el}) \cdot (1 - \eta_{ion}). \tag{3.3}$$

Nachfolgend wird eine Methode zur Optimierung der Detektionseffizienz beschrieben.

Optimierungsmessungen Die Qualität der Zustandsauslese hängt direkt mit der Detektionseffizienz zusammen. Eine gute Zustandsauslese benötigt eine hohe Detektionseffizienz. Dafür haben wir Messungen zur Optimierung der Detektionseffizienz durchgeführt, deren Prinzip darauf beruht, dass wir Spannungen an die Kompensationselektroden, sowie an die mit Indiumzinnoxid beschichteten Innenwände der Glaszelle anlegen und dadurch die elektrische Feldkonfiguration zwischen den beiden Detektoren ändern. Über die Änderung der Feldkonfiguration beeinflussen wir den Weg, welchen die Ionisationsfragmente zu den Detektoren nehmen, den Einfallswinkel und den Ort an welchem sie den Detektor treffen (siehe [17, 25]). All dies hat Auswirkungen auf die Detektionseffizienz und ermöglicht uns die Konfiguration der angelegten Spannungen zu finden, bei welcher die Detektionseffizienz maximal ist. Vorbereitende Messungen der Detektionseffizienz zur Ausrichtung der CEMs auf die Dipolfalle wurde bereits durchgeführt [25].

Für Messungen der Detektionseffizienz ist eine Zeeman-zustandsabhängige Ionisation nicht notwendig, da man nur auf die Erzeugung von Ionisationsfragmenten angewiesen ist und nicht auf den atomaren Zustand vor der Ionisation. Aus diesem Grund wurde für diese Art von Messungen das hyperfeinzustandsselektive Ionisationsschema aus Abschnitt 3.1 (Abbildung 3.1) gewählt. Im Rahmen der Ionisationswahrscheinlichkeit wird jedes Atom in $5^2S_{1/2} | F = 2 \rangle$ ionisiert. Dazu wird, nachdem ein einzelnes Atom gefangen und in den Grundzustand F = 2 präpariert wurde, simultan der Cycling-Laser und der Ionisationslaser eingestrahlt. Der Cycling-Laser regt die Population aus dem Zustand $5^2S_{1/2} | F = 2 \rangle$ in den Zustand $5^2P_{3/2} | F' = 3 \rangle$ an, von wo aus der Ionisationslaser das Atom ionisieren kann. Die Anregung durch den Cycling-Laser geschieht über einen geschlossenen Übergang, in dem es keinen Dunkelzustand gibt, sodass nahezu jedes Atom ionisiert wird.

Der experimentelle Ablauf ist wie folgt:

- 1. Laden der Dipolfalle: siehe 2.3.1.
- 2. optisches Pumpen: Da die Ionisation vom Zustand F = 2 aus stattfinden soll, wird das Atom optisch in diesen Zustand gepumpt. Dafür wird der sogenannte Rückpump-

Laser für 946 μ s eingestrahlt, welcher resonant zu dem Übergang $5^2 S_{1/2} | F = 1 \rangle \rightarrow 5^2 P_{3/2} | F' = 2 \rangle$ ist und den Zustand F = 1 entvölkert.

3. Ionisation und Detektion: Nachdem das Atom in den Zustand F = 2 präpariert wurde, wird das Atom, wie in dem oben beschriebenen Ionisationsschema, ionisiert. Die dabei entstehenden Ionisationsfragmente werden durch die CEMs detektiert und die Anzahl der Detektionsereignisse für Elektronen, Ionen und Koinzidenzen $(N_{el}, N_{ion} und N_k)$ bestimmt. Aus diesen drei Werten werden dann die einzelnen Detektionseffizienzen berechnet (siehe Gleichungen 3.1, 3.2 und 3.3).

Dieser experimentelle Ablauf wurde für verschiedene Konfigurationen der angelegten Spannungen wiederholt und die Detektionseffizienzen bestimmt. Die Ergebnisse dieser Messungen sind in Abbildung 3.6 grafisch dargestellt. Auf den beiden Achsen sind die Spannungsdifferenzen, welche zwischen den beiden Seitenwänden der Glaszelle U_{SW} und zwischen den Kompensationselektroden U_{KE} angelegt wurden, aufgetragen. Die für jede Konfiguration bestimmten Detektionseffizienzen sind als farbige Rechtecke dem jeweiligen angelegten Spannungspaar zugeschrieben. Die Farbabstufung gibt den Wert der totalen Detektionseffizienzen an.

Abbildung 3.6a) zeigt eine Messung über einen größeren Bereich. Für die Spannungsdifferenz von $U_{SW} = 100$ V ergeben sich für alle drei Spannungseinstellungen U_{KE} , totale Detektionseffizienzen größer als 99%. In Abbildung 3.6b) wurde ein Teil des Messbereichs von Messung a) feiner abgetastet. Für jede Einstellung dieser Messung wurden im Durchschnitt 14000 bis 15000 Elektron bzw. Ionen Ereignissen detektiert. In diesem Bereich waren die Detektionseffizienzen überall über 98.80%. Für die Konfiguration $U_{SW} = 70$ V, $U_{KE} = 70$ V konnte ein Optimum gefunden werden. Für diese Spannungseinstellung erhält man eine Detektionseffizienz für Elektronen von $\eta_{el} = (89.96 \pm 0.25)\%$, für Ionen von $\eta_{ion} = (94.11 \pm 0.20)\%$ und eine totale Detektionseffizienz von $\eta_{tot} = (99.41 \pm 0.025)\%$. Das bedeutet, dass 99.4% aller Ionisationsereignisse auch detektiert werden können.

3.2.2. Analyse der Zeeman-zustandsabhängigen Ionisation

Durch die hier vorgestellte Zustandsauslese kann man die Ionisationsfragmente in Bezug auf einen Triggerzeitpunkt im experimentellen Ablauf zeitaufgelöst detektieren. Wir können die Detektionsereignisse der CEMs in einem Ankuftszeithistogramm auftragen und damit den zeitlichen Verlauf des Ionisationsprozesses darstellen und analysieren. Zusammen mit der Fähigkeit unser Atom in beliebige Superpositionen des Qubit-Zustandes zu präparieren, können wir sogar den zeitlichen Verlauf der Ionisation von Hell- und Dunkelzustand getrennt voneinander betrachten und so den Ionisationsprozesse genauer untersuchen.

Nachfolgend wird zuerst der sequentielle Ablauf der hier verwendeten Messung eingeführt, gefolgt von der Analyse des Ionisationsprozesses anhand von Ankunftszeithistogrammen.



Abbildung 3.6.: Messung der totalen Detektionseffizienz durch Variation der Potentialdifferenz zwischen den Kompensationselektroden (U_{KE}) und der mit Indiumzinnoxid beschichteten Innenwände (U_{SW}) der Glaszelle. a) Messung über einen größeren Bereich an Potentialdifferenzen. b) Feiner abgetasteter Bereich aus Messung a.

Experimenteller Ablauf Der experimentelle Ablauf der Messung zur Analyse des Ionisationsprozesses ist wie folgt:

- 1. Laden der Dipolfalle: siehe 2.3.1
- 2. Präparation des Atomzustandes: Um die Ionisation von Hell- und Dunkelzustand getrennt voneinander zu analysieren, wird das Atom in einen der beiden Zustände präpariert. Dafür wird über spontane Emission eines einzelnen Photons ein verschränktes Atom-Photon-Paar erzeugt (siehe 2.3.2). Man kann nun über die Messung der Polarisation des emittierten Photons, das Atom in jede beliebige Superposition des atomaren Qubit-Zustandes projizieren.
- 3. atomare Zustandsauslese: Nachdem das Photon detektiert und das Atom in einen gewissen Zustand projiziert wurde, startet die Ionisationssequenz und die erzeugten Ionisationsfragmente werden detektiert. Um den Einfluss der Dunkelzählrate der CEMs ($42\frac{\text{Ereignisse}}{\text{s}}$) zu minimieren, akzeptiert man für die weitere Auswertung nur Detektionsereignisse, welche in einem erwarteten Zeitfenster nach dem Start der Ionisationssequenz detektiert werden. Da Elektronen und Ionen stark unterschiedliche Flugzeiten zu den Detektoren haben, gibt es jeweils ein Zeitfenster für Elektronen und eines für Ionen.

Die Zeitpunkte der Detektionsereignisse der Photonen, sowie der Ionisationsfragmente werden von einer Timestamp-Unit festgehalten, wodurch man die gemessenen Ionisationsereignisse dem entsprechend präparierten Atomzustand zuordnen kann. Dadurch wird die getrennte Untersuchung des Ionisationsprozesses für Hell- und Dunkelzustand möglich. Um aus diesen Daten Ankunftszeithistogramme der Ionisationsereignisse zu erstellen wird der oben beschriebene Ablauf solange wiederholt, bis genügend Statistik gesammelt wurde. Hier soll nochmal erwähnt werden, dass jedes Ionisationsereigniss, durch einmaliges Durchlaufen des Ionisationsschemas ("Einzelschuss") erzeugt wurde.


Abbildung 3.7.: Zeitverhalten der drei im Ionisationsprozess beteiligten Laserpulse.

Analyse des Ionisationsprozesses In Abbildung 3.8 ist ein Ankunftszeithistogramm der detektierten Ionisationsfragmente, welche in den entsprechenden Zeitfenstern detektiert wurden, dargestellt. Für die Messung wurde eine optische Leistung des Readout-Lasers von 1.24μ W (entspricht 10.17 I_{sat}), des Cycling-Lasers von 400μ W (208.94 I_{sat}) und des Ionisationslasers von 251mW verwendet. Die beteiligten Pulse hatten eine Länge (FWHM) von 320ns für den Readout-Laser, 380ns für den Cycling-Laser, sowie 420ns für den Ionisationslaser. Die zeitlichen Pulsformen der drei Laser wurden mit Photodioden detektiert und mit einem Oszilloskop aufgezeichnet (siehe Abbildung 3.7). Die Elektronen- und Ionenereignisse aus Abbildung 3.8 wurden jeweils für den Hell- und Dunkelzustand getrennt voneinander aufgetragen. Hier ist der Nullpunkt der Zeitachse durch den Detektionszeitpunkt des Einzelphotons zur Zustandspräparation festgelegt und die Binbreite des Histogramms beträgt 1ns. Man erkennt nun, dass sehr viel mehr Detektionsereignisse von Atomen stammen, welche im Hellzustand präpariert worden sind, als im Dunkelzustand. Dies ist auch zu erwarten, da wie oben beschrieben das Lichtfeld des Readout-Lasers sehr viel stärker an den Hellzustand koppelt, als an den Dunkelzustand und dadurch eine viel größere Ionisationswahrscheinlichkeit für Atome im Hellzustand besteht. Des weiteren fällt auf, dass die Elektronenereignisse nach nur wenigen ns nach Einschalten der Ionisationslaser auftreten, die Ionenereignisse jedoch erst 360ns später. Diese Zeitdifferenz ist die Flugzeitdifferenz von Elektronen und Ionen zu den CEMs. Ansonsten ist das Verhalten von Elektronen- und Ionenereignissen vergleichbar.

Betrachtet man nun die Form der Detektionsereignisse des Hellzustandes, sieht man nach Einschalten der Laser einen schnellen Anstieg an Ereignissen, was der Anregung des Atoms aus dem Grundzustand in den ersten angeregten Zustand wiedergibt. Nachdem ein



Abbildung 3.8.: Ankuftszeithistogramm der, in den entsprechenden Zeitfenstern, detektierten Ionisationsfragmente. Die Elektronen- und Ionenereignisse wurden jeweils für den Hell- und Dunkelzustand getrennt voneinander aufgetragen. Der Nullpunkt der Zeitachse ist durch den Detektionszeitpunkt des Einzelphotons zur Zustandspräparation festgelegt und die Binbreite des Histogramms beträgt 1ns.

Maximum erreicht wurde, fällt die Anzahl der Detektionsereignisse kontinuierlich ab, bis keine Detektionen mehr registriert werden. Zu diesem Zeitpunkt strebt die Ionisationswahrscheinlichkeit des Atoms gegen 1.

Um den Zeitverlauf der Ionisation des Dunkelzustandes genauer zu betrachten, wurden in Abbildung 3.9a) die Detektionsereignisse auf vergleichbare Höhe zum Hellzustand skaliert. Man kann hier zwei dominante Beiträge zur Ionisation des Dunkelzustandes erkennen: einen Anteil, welcher zu Beginn des Ionisationsprozesses auftritt und einen ähnlichen Zeitverlauf wie der Hellzustand aufweist und einen zweiten Anteil, welcher sich als konstantes Plateau äußert und vom Anfang bis zum Ende des betrachteten Ionisationszeitfensters reicht. Diese beiden Beiträge sind in Abbildung 3.9b) für die Elektronenereignisse mit farbigen Flächen hervorgehoben. Die Ursache für den ersten, grün markierten Beitrag sehen wir in Fehlern in der Zustandspräparation. In diesen Fällen wäre die Kopplung des Readout-Lasers resonant und man würde ein analoges Verhalten wie für den Hellzustand erwarten. Die Ursache für den zweiten, braun gefärbten Beitrag ist eine nicht resonante Kopplung des Readout-Lasers zum Hyperfeinniveau $5^2 P_{1/2} |F' = 2\rangle$ (siehe 3.1.1). Für eine schwache nicht resonante Kopplung erwartet man eine konstante Ionisationsrate und somit ein konstantes Plateau im Histogramm.

Die hier dargestellte Messung ist speziell für die Untersuchung des Verhaltens des Dunkelzustandes durchgeführt worden. Um den resonanten und nicht resonanten Anteil voneinander gut zu unterscheiden, hat man daher die Pulslänge des Readout-Lasers sehr lang gewählt. Dadurch kann man den nicht resonanten Anteil quantitativ analysieren. Um dagegen eine Zustandsauslese mit hoher Güte zu erreichen, will man, dass der Hellzustand möglichst gut und der Dunkelzustand möglichst wenig ionisiert wird. Entsprechend wird die Pulslänge des Readout-Lasers im Normalbetrieb optimiert.

Nachfolgend werden die Detektionsereignisse quantitativ ausgewertet um die Anteile der beiden Beiträge (resonant und nicht resonant) zur Ionisation des Dunkelzustandes zu bestimmen. Dies wird hier beispielhaft für die Elektronenereignisse durchgeführt, kann aber analog für die Ionenereignisse gemacht werden, wobei man vergleichbare Ergebnisse erhält. Über diese Art der Auswertung kann man nicht nur die Anteile für diese spezielle Messung bestimmen, sondern auch Aussagen über Messungen treffen, in denen zwar die gleiche Leistung für den Readout-Laser, jedoch eine andere Pulslänge verwendet wird.

Die Gesamtanzahl an Detektionsereignissen des Dunkelzustandes N_{ges} beträgt 6634 und wird über einfaches Aufsummieren innerhalb des definierten Ionisationszeitfensters bestimmt. Die Anzahl der Ereignisse des nicht resonanten Beitrags entspricht unter Annahme, dass die nicht resonante Ionisationsrate konstant ist, der Fläche des in Abbildung 3.9b) braun markierten Rechtecks. Die Länge des Rechtecks ist 320ns und die Höhe ist $\frac{(870\pm14)/55}{ns}$ (Die Höhe wurde durch einen Fit aus dem Histogramm bestimmt, in welchem der Dunkelzustand um den Faktor 55 vergrößert dargestellt ist). Die Anzahl der nicht resonanten Ereignisse N_{or} berechnet sich demnach zu:

$$N_{or} = 320 \text{ns} \cdot \frac{(870 \pm 14)/55}{\text{ns}} = 5062 \pm 81$$

Die Anzahl an resonanten Ereignissen N_{res} kann dann über die Differenz von N_{ges} und N_{or} berechnet werden:

$$N_{res} = N_{ges} - N_{or} = 6634 - (5062 \pm 81) = 1572 \pm 81$$
.

Aus den drei Größen N_{res} , N_{or} und N_{ges} lassen sich nun der resonante, sowie der nicht resonante Anteil zur Ionisation des Dunkelzustandes bestimmen:

$$\frac{N_{res}}{N_{ges}} = (23, 70 \pm 1.22)\% \text{ resonant}$$
$$\frac{N_{or}}{N_{ges}} = (76, 30 \pm 1.22)\% \text{ nicht resonant}$$

Hier ist zu beachten, dass die nicht resonante Streurate von der Leistung des Readout-Lasers abhängt. Das heißt, wird die Leistung nicht verändert, hängt N_{or} nur noch von der Pulslänge des Readout-Lasers T, innerhalb des betrachteten Ionisationszeitfensters, ab. Der falsch präparierte Anteil des Dunkelzustandes ist nach einer Zeit von 75ns annähernd vollständig ionisiert. Man kann nun mit den hier gemessenen Daten abschätzen, wie groß die prozentualen Anteile der beiden Beiträge zur Ionisation des Dunkelzustandes für andere Pulslängen T > 75ns des Readout-Lasers sind, vorausgesetzt man verwendet die gleiche optische Leistung, wie in der hier dargestellten Messung. Es ergeben sich folgende Zusammenhänge:

$$N_{res} = 1572$$

$$N_{or} = \frac{870}{55} \cdot \frac{T}{\text{ns}}$$

$$N_{ges} = N_{res} + N_{or}.$$
(3.4)

Für eine Pulslänge von T = 140ns würden sich demnach beispielhaft folgende Anteile ergeben:

$$\frac{N_{res}}{N_{ges}}(T = 140 \text{ns}) = (41.51 \pm 0.92)\% \text{ resonant}$$
$$\frac{N_{or}}{N_{ges}}(T = 140 \text{ns}) = (58.49 \pm 0.92)\% \text{ nicht resonant}$$

3.2.3. Optimierung der Pulsparameter

Der Ionisationsprozess und damit auch die Qualität der Zustandsauslese hängen von den Parametern (Leistung und Pulslänge) der verwendeten Laser ab. Der Ionisationslaser wird mit der maximal verfügbaren Leistung betrieben, damit die Ionisation schnell abläuft und die Wahrscheinlichkeit für spontane Zerfälle während des Ionisationsprozesses abnimmt (siehe 3.1.1). Eine höhere Leistung würde zu keiner Verbesserung der Zustandsauslese führen (siehe 3.3.3). Die in diesem Abschnitt vorgestellten Messungen haben das Ziel, optimierte Pulsparameter des Readout-Lasers zu finden. Für uns bedeutet in diesem Zusammenhang optimal, in möglichst kurzer Zeit so viel wie möglich vom Hellzustand und gleichzeitig so wenig wie möglich vom Dunkelzustand zu ionisieren, wodurch die Unterscheidbarkeit der beiden Zustände und damit auch die Zustandsauslese verbessert wird. Um dies zu erreichen wurden zwei Arten von Messungen durchgeführt, bei denen man die Ionisationswahrscheinlichkeit von Hell- und Dunkelzustand in Abhängigkeit der eingestellten Parameter untersucht. In der einen wurde die Pulslänge für gleichbleibende



Abbildung 3.9.: Ankunftszeithistogramme zur Untersuchung des Zeitverlaufs der Ionisation des Dunkelzustandes. a) Die Ionisationsrate des Dunkelzustandes wurde auf vergleichbare Höhe zum Hellzustand skaliert. b) Die beiden Beiträge, welche zur Ionisation des Dunkelzustandes beitragen sind mit farbigen Flächen hervorgehoben. Die grün markierte Fläche entspricht dem resonanten Anteil, dessen Ursache wir in Fehlern der Zustandspräparation sehen. Die braun markierte Fläche entspricht dem nicht resonanten Anteil, welcher durch eine nicht resonante Kopplung des Readout-Lasers an das Hyperfeinniveau $5^2 P_{1/2} |F' = 2\rangle$ entsteht.

Leistung des Readout-Lasers variiert und für jede eingestellte Länge die Ionisationswahrscheinlichkeit beider Zustände gemessen. In der anderen wurde die Pulslänge festgehalten und die eingestellte Leistung variiert. Nachfolgend werden die beiden Messungen als Pulslängen-Messung und als Leistungs-Messung bezeichnet.

Betrachtet man nun eine Pulslängen-Messung, wie sie in Abbildung 3.10 dargestellt ist, erkennt man folgendes prinzipielle Verhalten. Die Ionisationswahrscheinlichkeit des Hellzustandes steigt mit wachsender Pulslänge erst schnell an, flacht dann nach und nach ab, bis sie sich einem konstanten Wert annähert. Ab dieser Länge ist der Hellzustand entvölkert (wobei ein Teil in den Dunkelzustand zerfallen ist). Für den Dunkelzustand erkennt man einen linearen Anstieg der Ionisationswahrscheinlichkeit mit wachsender Pulslänge. Dies erwartet man, da die Anregewahrscheinlichkeit des Dunkelzustandes über einen nicht resonanten Übergang zwar sehr klein, aber konstant ist und sich daraus eine konstante Ionisationsrate ergibt. Dieses Verhalten kann man auch in Abbildung 3.9 an der gleich bleibenden Anzahl an Ionisationsereignissen des nicht resonanten Beitrags erkennen.

Wir sind an einer möglichst guten Unterscheidbarkeit der beiden Zustände, d.h. an einem möglichst großem Kontrast interessiert, welcher sich aus der Differenz der Ionisationswahrscheinlichkeit von Hell- und Dunkelzustand berechnen lässt. Für die Messung aus Abbildung 3.10 ist für eine Pulslänge von 125ns und einer Leistung von 1.24μ W (entspricht $10.17I_{sat}$ (Sättigungsleitungen)) der bislang größte Kontrast von 94.1% gefunden worden. Für kleinere Pulslängen überwiegt die Abnahme der Ionisationswahrscheinlichkeit des Hellzustandes gegenüber der des Dunkelzustandes und für größere Pulslängen überwiegt die



Abbildung 3.10.: Readout Pulslängen-Messung. Ionisationswahrscheinlichkeit von Hellund Dunkelzustand in Abhängigkeit der verwendeten Pulslänge des Readout-Lasers.

Zunahme der Ionisationswahrscheinlichkeit des Dunkelzustandes über die des Hellzustandes. Es lässt sich somit für diese Leistung eine optimale Pulslänge bestimmen.

Wiederholt man diese Messung für unterschiedliche Leistungen des Readout-Lasers und bestimmt jedes mal die Pulslänge mit dem größten Kontrast, lassen sich daraus Parameter für eine möglichst gute Zustandsauslese ableiten. Hierbei sind kurze Pulslängen bevorzugt, da mit einem kürzeren Puls auch die Dauer des gesamten Ionisationsprozesses und damit auch der Zustandsauslese verringert wird. Aus der hier dargestellten Messung ergaben sich die bislang besten Pulsparameter, einer Pulslänge von 125ns und einer Leistung von $1.24\mu W (10.17I_{sat})$.

Man kann ähnliche Messungen durchführen, in denen für eine feste Pulslänge die Leistung variiert wird. Erhöht man die Leistung, erhöht man auch die Rabifrequenz und somit auch die Anregewahrscheinlichkeit, sowohl für den Hell- als auch für den Dunkelzustand. Die Messung ist in Abbildung 3.11 dargestellt. Anfangs kommt es zu einem steilen Anstieg der Ionisationswahrscheinlichkeit des Hellzustandes, welcher abflacht und sich einem Plateau annähert. Hier wird die Ionisation wieder durch den Zerfall in den Dunkelzustand limitiert. Die Ionisationswahrscheinlichkeit des Dunkelzustandes steigt linear mit der Leistung, was durch die lineare Abhängigkeit der Anregewahrscheinlichkeit für einen nicht resonanten Übergang erklärt werden kann. Bestimmt man wieder die Parameter mit maximalen Kontrast, kann man für jede Pulslänge die Leistung für eine optimierte Zustandsauslese herausfinden. Wiederholt man diese Art von Messung kann man ebenfalls optimale Parameter für eine schnelle und effiziente Zustandsauslese finden. Der Kontrast



Abbildung 3.11.: Readout Leistungs-Messung. Ionisationswahrscheinlichkeit von Hell- und Dunkelzustand in Abhängigkeit der verwendeten Readout-Leistung.

von 93,8% in der Messung aus Abbildung 3.11 wurde bei einer Pulslänge von 140ns und einer Leistung von 1,24 μ W (10.17 I_{sat}) gefunden.

3.3. Simulation des Ionisationsprozesses

In diesem Kapitel wird ein Model vorgestellt, welches alle relevanten Zustände, Kopplungen und Zerfälle des Ionisationsprozesses beinhaltet. Mit Hilfe dieses Models können wir den Ionisationsprozess sehr detailliert simulieren und unter anderem Aussagen über die maximal erreichbare Güte der Zustandsauslese treffen.

3.3.1. Übersicht

Das Modell beschreibt 12 Zustände, welche in Abbildung 3.12 in Form eines Termschema abgebildet sind. Es berücksichtigt somit alle Zustände, welche im Ionisationsprozess beteiligt sein können, wie z.B. den Hell- und Dunkelzustand hier mit $|1\rangle$ und $|4\rangle$ gekennzeichnet, den ersten angeregten Zustand $|2\rangle = 5^2 P_{1/2} |F' = 1, m_{F'} = 0\rangle$ und einen Ionisationszustand $|3\rangle$, welcher ein Kontinuum an Zuständen beschreibt, in welchen das Atom ionisiert wurde. Population welche in die Zeeman-Zustände von F = 2 gelangt, wird über einen geschlossenen, starken Übergang in die Zustände von F' = 3 transferiert und annähernd vollständig ionisiert. Eine getrennte Behandlung der einzelnen Unter-Zustände von F = 2, sowie von F' = 3 ist daher nicht nötig, weshalb sie jeweils als ein Zustand ($|5\rangle = |F = 2\rangle$ und $|6\rangle = |F' = 3\rangle$) betrachtet werden.

Die Simulation berücksichtigt alle Übergänge, welche von den 3 Lasern des Ionisationsprozesses getrieben werden - dem Readout-Laser (795nm), dem Cycling-Laser (780nm) und dem Ionisationslaser (473nm). Die Übergänge von Readout- und Cycling-Laser werden als kohärent betrachtet, wohingegen die Wirkung des Ionisationslasers als spontaner Zerfall der angeregten Zustände in den Ionisationszustand beschrieben wird. Da für die Ionisation mit Laserpulsen gearbeitet wird, verwendet man in der Simulation zeitabhängige Rabi-Frequenzen $\Omega_{ij}(t)$ und Zerfälle in den Ionisationszustand $\Gamma_{ij}(t)$. Hierbei gibt j den Ausgangszustand und i den Endzustand der Übergänge bzw. Zerfälle an. Alle 3 Laserpulse wurden hier mit einem rechtecksförmigen Zeitverhalten angenommen, was in erster Näherung gut zu den im Experiment verwendeten Pulsen passt (siehe Abbildung 3.7). Das zeitliche Verhalten beim An- und Ausschalten der Laser wird hier nicht genauer berücksichtigt.

Da die angeregten Zustände eine endliche Lebenszeit haben, kommt es während des Ionisationsprozesses zu spontanen Zerfällen in die Grundzustände. Im Gesamten sind dies 20 Zerfälle, welche die Simulation mit berücksichtigt. Obwohl die Unterzustände von F = 2 als ein Zustand behandelt werden, sind alle Zerfälle in diesen Zustand so definiert, als ob es alle 5 Zeeman-Zustände gäbe.

In dieser Simulation wird für den Readout-Laser eine feste Polarisation $(|H\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\sigma^+\rangle + |\sigma^-\rangle)$ für horizontal polarisiertes Licht) verwendet. Bezogen auf diese Polarisation können Hell- und Dunkelzustand, sowie die verbleibenden 10 Zustände definiert werden:

$$\begin{aligned} |1 \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|F = 1, m_F = 1\rangle - |F = 1, m_F = -1\rangle) \text{ Hellzustand} \\ |2 \rangle &= |F' = 1, m_{F'} = 0\rangle \\ |3 \rangle &= \text{Ionisationszustand} \\ |4 \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|F = 1, m_F = 1\rangle + |F = 1, m_F = -1\rangle) \text{ Dunkelzustand} \\ |5 \rangle &= |F = 2\rangle \\ |6 \rangle &= |F' = 3\rangle \\ |7 \rangle &= |F' = 2, m_{F'} = 0\rangle \\ |8 \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|F' = 2, m_{F'} = 1\rangle + |F' = 2, m_{F'} = -1\rangle) \\ |9 \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|F' = 2, m_{F'} = 2\rangle - |F' = 2, m_{F'} = -2\rangle) \\ |10 \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|F' = 1, m_{F'} = 1\rangle - |F' = 1, m_{F'} = -1\rangle) \\ |11 \rangle &= |F = 1, m_F = 0\rangle \\ |12 \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|F' = 2, m_{F'} = 2\rangle + |F' = 2, m_{F'} = -2\rangle) \end{aligned}$$



Abbildung 3.12.: Termschema der 12 Zustände der Simulation. Der Hell- und Dunkelzustand ($|1\rangle$ und $|4\rangle$) werden hier zur grafischen Darstellung getrennt voneinander dargestellt, beschreiben aber zwei zueinander orthogonale Superpositionen der energetisch entarteten Zeeman-Unterzustände $5^2S_{1/2} | F = 1, m_F = \pm 1 \rangle$. Analog ist auch die Darstellung der Superpositionen $|9\rangle$ und $|12\rangle$ zu verstehen. Für die Zustände $|8\rangle$ und $|10\rangle$ sind die jeweiligen orthogonalen Superpositionen nicht aufgeführt, da diese für die verwendete Polarisation des Readout-Lasers, nicht zum Ionisationsprozess beitragen.



Abbildung 3.13.: Hauptprozess der Ionisation des Hellzustandes; rote Doppelpfeile: Übergang des Readout-Lasers, grüner Doppelpfeil: Übergang des Cycling-Lasers, geschwungene braune Pfeile: spontane Zerfälle in die Grundzustände, geschwungene blaue Pfeile: Zerfälle in den Ionisationszustand

In Abbildung 3.13 ist exemplarisch der Hauptprozess der Ionisation des Hellzustandes dargestellt. Eine Übersicht über alle möglichen Übergänge und Zerfälle ist in Anhang A gegeben.

3.3.2. Berechnung

Die Simulation beruht auf dem Lösen der Master-Gleichung für ein System aus 12 Zuständen [5]:

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho(t) = -\frac{i}{\hbar} \left[H, \rho(t)\right] - \underbrace{\sum_{i,j} \frac{\Gamma_{ij}}{2} (A_{ji}A_{ij}\rho(t) + \rho(t)A_{ji}A_{ij} - 2A_{ij}\rho(t)A_{ji})}_{D}.$$
(3.6)

Hier ist $\rho(t)$ die Dichtematrix, welche das Atom beschreibt, H der Wechselwirkungs-Hamiltonian, in welchem alle Kopplungen und Verstimmungen definiert werden und D die Zerfallsmatrix, in welcher alle spontanen Zerfälle, sowie die Zerfälle in den Ionisationszustand festgelegt sind. Γ_{ij} sind die Zerfallsraten aus dem Zustand $|j\rangle$ in den Zustand $|i\rangle$ und A_{ij} ist definiert als $A_{ij} := |i\rangle \langle j|$.

Der Wechselwirkungs-Hamiltonian ist im System, das mit der Frequenz des Readout-Lasers rotiert, und unter Drehwellennäherung (englisch: rotating wave approximation, RWA) gegeben durch:

Die Rabifrequenz $\Omega_{i,j}$, des Übergangs von *i* nach *j* wird berechnet über:

$$\Omega_{i,j} = \frac{d_{i,j} \cdot E_0}{\hbar} \tag{3.8}$$

wobei $d_{i,j}$ das Dipolmatrixelement des Übergangs zwischen $|i\rangle$ und $|j\rangle$ ist und E_0 die elektrische Feldamplitude des Lichtfeldes darstellt. Die $d_{i,j}$ können über die Dipolmatrixelemente der D1- bzw. D2-Linie ($d_{D1} = 2.5377(17) \cdot 10^{-29}$ C·m bzw. $d_{D2} = 3.58424(74) \cdot 10^{-29}$ C·m [30]) und den entsprechenden Clebsch-Gordan-Koeffizienten des speziellen Übergangs bestimmt werden. Für die in 3.7 definierten Übergänge ergeben sich folgende Dipolmatrixelemente:

$$d_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{12}} \cdot d_{D1}$$

$$d_{1,9} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot d_{D1}$$

$$d_{4,7} = \frac{1}{\sqrt{12}} \cdot d_{D1}$$

$$d_{4,12} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot d_{D1}$$

$$d_{8,11} = \frac{1}{\sqrt{4}} \cdot d_{D1}$$

$$d_{10,11} = \frac{1}{\sqrt{12}} \cdot d_{D1}$$

$$d_{5,6} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot d_{D2}$$
(3.9)

 E_0 kann mit Hilfe der Formeln 3.10 und 3.11 aus der optischen Leistung P_0 und der Fokussierung (Strahltaille w_0) des Lasers berechnet werden:

$$I(P_0, \omega_0) = \frac{P_0}{w_0^2 \cdot \frac{\pi}{2}}$$
(3.10)

$$E_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot I(P_0, w_0)}{c \cdot \varepsilon_0}} \tag{3.11}$$

hier ist $c = 299792458 \frac{m}{s}$ die Lichtgeschwindigkeit und $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$ die elektrische Feldkonstante. Für den Readout-Laser wurde eine Fokussierung von $w_0 = 10 \mu \text{m}$ und für den Cycling-Laser eine Fokussierung von $50 \mu \text{m}$ gewählt. Die optische Leistung P_0 kann in der Simulation für Readout- und Cycling-Laser separat festgelegt werden. Über diesen Parameter können Verluste an optischen Komponenten im Experiment berücksichtigt werden (siehe 3.3.4).

Der Readout-Laser koppelt nur nicht-resonant an die Zustände $|7\rangle$, $|8\rangle$, $|9\rangle$ und $|12\rangle$ des angeregten Zustandes $5^2 P_{1/2} |F' = 2\rangle$, deshalb sind im Hamiltonian an den entsprechenden Diagonalelementen die dazugehörigen Verstimmungen δ_i eingetragen. Sie entsprechen dem energetischen Abstand von $5^2 P_{1/2} |F' = 1\rangle$ und $5^2 P_{1/2} |F' = 2\rangle$, welcher nach [30] 814.5(15)MHz, bzw. 141.6 Γ_1 , beträgt. Die Verstimmungen haben demnach die Werte $\delta = \delta_7 = \delta_8 = \delta_9 = \delta_{12} = 814.5$ MHz.

Für die Berechnung werden noch die Zerfallsraten $\Gamma_{i,j}$ benötigt, welche aus den natürlichen Linienbreiten der beiden angeregten Zustände $5^2 P_{1/2}$ und $5^2 P_{3/2}$ ($\Gamma_1 = 2\pi \cdot 5.7500(56)$ MHz und $\Gamma_2 = 2\pi \cdot 6.0666(18)$ MHz [30]) mit den entsprechenden Clebsch-Gordan-Koeffizienten ermittelt werden können. Es ergeben sich folgende Werte für die spontanen Zerfälle:

$$\begin{array}{rclrcl}
 \Gamma_{1,2} & = & \frac{\Gamma_{1}}{12} \\
 \Gamma_{1,7} & = & \frac{\Gamma_{1}}{12} \\
 \Gamma_{1,9} & = & \frac{\Gamma_{1}}{2} & \Gamma_{5,2} & = & \frac{5 \cdot \Gamma_{1}}{6} \\
 \Gamma_{4,2} & = & \frac{\Gamma_{1}}{12} & \Gamma_{5,6} & = & \Gamma_{2} \\
 \Gamma_{4,7} & = & \frac{\Gamma_{1}}{12} & \Gamma_{5,7} & = & \frac{\Gamma_{1}}{2} \\
 \Gamma_{4,8} & = & \frac{\Gamma_{1}}{4} & \Gamma_{5,8} & = & \frac{\Gamma_{1}}{2} \\
 \Gamma_{4,10} & = & \frac{\Gamma_{1}}{12} & \Gamma_{5,9} & = & \frac{\Gamma_{1}}{2} \\
 \Gamma_{4,12} & = & \frac{\Gamma_{1}}{2} & \Gamma_{5,10} & = & \frac{5 \cdot \Gamma_{1}}{6} \\
 \Gamma_{11,7} & = & \frac{\Gamma_{1}}{3} & \Gamma_{5,12} & = & \frac{\Gamma_{1}}{2} \\
 \Gamma_{11,8} & = & \frac{\Gamma_{1}}{4} \\
 \Gamma_{11,10} & = & \frac{\Gamma_{1}}{12}
 \end{array}$$
(3.12)

Es wird angenommen, dass die Ionisationsrate aus allen angeregten Zuständen gleich ist:

$$\Gamma_{3,2} = \Gamma_{3,6} = \Gamma_{3,7} = \Gamma_{3,8} = \Gamma_{3,9} = \Gamma_{3,10} = \Gamma_{3,12} = A_{ion} \cdot \Gamma_1$$
(3.13)

hier ist A_{ion} ein Parameter über welchen man die Leistung des Ionisationslasers einstellen kann.

Zur vollständigen Bestimmung von $\rho(t)$ werden 144 Differentialgleichungen mit Hilfe von MATHEMATICA numerisch gelöst. Für die Simulation des Ionisationsprozesses werden folgende Parameter festgelegt:

- Start- und Endzeitpunkt der Simulation: Durch die beiden Zahlen wird ein Zeitfenster für die Simulation definiert, in welchen die Evolution stattfinden kann. Dieses Zeitfenster entspricht zudem der Zeit, in welcher der Ionisationslaser wirkt.
- Start- und Endzeit von Readout- und Cycling-Laser: Hiermit wird festgelegt, wann bezogen auf das Ionisationszeitfenster - die beiden Laser an, bzw. aus sind. So kann auch der zeitliche Überlapp der Laser eingestellt werden.
- Leistung von Readout- und Cycling-Laser: Über die Leistung der beiden Laser kann die Stärke der Kopplungen variiert werden.
- Zerfallsrate in den Ionisationszustand: Hierüber kann die Leistung des Ionisationslasers, und somit die Stärke der Zerfälle in den Ionisationszustand, eingestellt werden.
- $\Omega_{i,j}$, $\Gamma_{i,j}$: Um den Einfluss einzelner Übergänge bzw. Zerfälle genauer zu untersuchen, können diese "ausgeschaltet" werden, indem man die entsprechende Rabifrequenz bzw. Zerfallsrate auf 0 setzt.

Zu Beginn jeder Simulation müssen Startwerte zum Lösen der Differentialgleichungen gesetzt werden. In dieser Arbeit werden nur zwei Fälle betrachtet:

- 1. resonanter Fall ($\rho_{1,1}(t=0) = 1$): Gesamte Population befindet sich beim Start der Simulation im Zustand $|1\rangle$ und beschreibt somit den Ionisationsprozess des Hellzustandes. Der Hauptbeitrag zur Ionisation findet hier über eine resonante Kopplung statt, weshalb dieser Fall als "resonanter Fall" bezeichnet wird.
- 2. nicht resonanter Fall ($\rho_{4,4}(t=0)=1$): Gesamte Population befindet sich beim Start der Simulation im Zustand $|4\rangle$ und beschreibt somit den Ionisationsprozess des Dunkelzustandes. Die Ionisation kann hier nur über eine nicht resonante Kopplung stattfinden, weshalb dieser Fall als "nicht resonanter Fall" bezeichnet wird.

Im Prinzip können beliebige Startpopulationen, sowie Kohärenzen gewählt werden, womit man auch andere Anfangskonfigurationen simulieren kann.

3.3.3. Ergebnisse

Als Ergebnis der Simulation erhält man für ein Set an Parametern die volle zeitliche Entwicklung aller Einträge von $\rho(t)$.

Zeitlicher Verlauf des Ionisationsprozesses In einer ersten Simulation wurde $\rho(t)$ für den resonanten Fall mit typischen Pulsparameter bestimmt. Das Simulationszeitfenster betrug 300ns, die Pulsdauern von Readout- und Cycling-Laser waren 140ns und 300ns lang und die optischen Leistungen wurden auf $0, 4\mu W (3.28I_{sat})$ und $30\mu W (105I_{sat})$ gesetzt. Der Ionisationslaser hat eine Ionisationsrate von $\Gamma_{3,\star} = 3.32\Gamma_1$ In Abbildung 3.14 ist der zeitliche Verlauf der Zustände $|1\rangle - |6\rangle$ abgebildet², woran man die dynamische Entwicklung des Ionisationsprozesses nachvollziehen kann. Man erkennt an dem Verlauf der Zustände $|1\rangle$ und $|3\rangle$, dass der Hauptbeitrag zur Ionisation direkt vom Zustand $|1\rangle$ über $|2\rangle$ nach $|3\rangle$ ionisiert wird. Des weiteren fallen die Zerfälle vom Zustand $|2\rangle$ in die Grundzustände $|F=1\rangle$ und $|F=2\rangle$ auf, welche sich durch den Anstieg der Besetzung in $|4\rangle$ und $|5\rangle$ äußern. Population, welche in den Zustand $|5\rangle$ zerfällt, wird durch den Cycling-Laser in den Zustand $|6\rangle$ angeregt, von wo aus ionisiert werden kann. Da die Ionisation des Dunkelzustandes ($|4\rangle$) nur über eine schwache nicht resonante Kopplung geschieht, wird dieser kaum entvölkert wodurch sich ein Plateau ausbildet, welches bis zum Ende der Simulation nicht ionisiert wird. Die Endpopulation des Ionisations- und Dunkelzustandes sind $\rho_{3,3}(t_{end}) = 98.051\%$ und $\rho_{4,4}(t_{end}) = 1.942\%$, was zusammen eine Population von 99.993% ausmacht und somit fast der Gesamtpopulation entspricht. Der Zerfall in den Dunkelzustand stellt demnach die größte Limitierung der Ionisation des Hellzustandes dar.

Um den Einfluss des Cycling-Lasers zu verdeutlichen wurde die obige Simulation wiederholt, diesmal aber ohne den Cycling-Laser. Dafür sind die Rabifrequenzen $\Omega_{5,6}$ und $\Omega_{6,5}$ auf 0 gesetzt worden. In Abbildung 3.15 ist wieder der zeitliche Verlauf der Zustände $|1\rangle - |6\rangle$ dargestellt. Man sieht nun, dass sich das Verhalten der Zustände $|1\rangle$, $|2\rangle$ und $|4\rangle$ im Vergleich zur obigen Simulation nicht geändert hat. Das war auch zu erwarten, da der Übergang von $|5\rangle \rightarrow |6\rangle$ keinen Einfluss auf diese drei Zustände hat. Einen deutlichen Unterschied erkennt man in den verbleibenden drei Zuständen $|3\rangle$, $|5\rangle$ und $|6\rangle$. Die Population, welche aus dem Zustand $|2\rangle$ nach $|5\rangle$ zerfällt, kann ohne den Cycling-Laser nicht mehr in den Zustand $|6\rangle$ transferiert werden, wodurch die Besetzung dieses Zustandes bis zu einem Maximum von 19.418% anwächst. Entsprechend ist die Endpopulation im Ionisationszustand um diesen Beitrag reduziert und entspricht 78.394%. Ohne den Cycling-Laser wird demnach die Ionisationswahrscheinlichkeit des Hellzustandes um ~ 20% reduziert, was für unsere Anwendung nicht akzeptabel ist.

²Auf die Darstellung der verbleibenden sechs Zustände wurde hier verzichtet, da diese nur eine untergeordnete Rolle im Ionisationsprozess haben. Keiner der Zustände erreicht während der Simulation eine Besetzung größer als 2‰, fünf von ihnen sogar nur Besetzungen kleiner als 10^{-5} .



Abbildung 3.14.: Zeitabhängigkeit der Zustände $|1\rangle$ - $|6\rangle$ für die Ionisation des Hellzustandes.



Abbildung 3.15.: Zeitabhängigkeit der Zustände $|1\rangle - |6\rangle$ für die Ionisation des Hellzustandes ohne Cycling-Laser.

Um das Zeitverhalten der Ionisation des Dunkelzustandes zu untersuchen, verwenden wir die Startwerte des nicht resonanten Falls ($\rho_{4,4}(t=0)=1$) für ansonsten gleiche Parameter. Für die gewählte Readout-Polarisation gibt es in diesem Fall nur noch nicht resonante Kopplungen des Dunkelzustandes an die angeregten Zustände $|7\rangle$ und $|12\rangle$, welche 814.5MHz von der Resonanz entfernt sind. In Abbildung 3.16 ist der zeitliche Verlauf für die Zustände $|3\rangle$, $|4\rangle$, $|7\rangle$ und $|12\rangle$ dargestellt. Betrachten wir nun die Dynamik des Ionisationsprozesses, erkennt man, dass die Population des Dunkelzustandes linear abund die Population des Ionisationszustandes linear zunimmt. Wenn man sich das Verhalten der beiden angeregten Zustände ansieht, erkennt man eine hochfrequente Oszillation der Besetzung die mit einer Zerfallskonstante von $\Gamma \approx 2.25\Gamma_1$ abklingt und in eine konstante Population übergeht. Zu diesem Zeitpunkt hat sich ein Gleichgewicht zwischen Entvölkerung durch Zerfälle und nicht resonanter Anregung durch den Readout-Laser eingestellt. Die Frequenz der Oszillation beträgt ~ 814MHz, was in etwa der Verstimmung des Readout-Lasers entspricht. Die Oszillationen spiegeln daher Rabioszillationen eines stark verstimmten Ubergangs wieder. Das Abklingen der Oszillation entspricht ungefähr der Dekohärenz, welche man für die hier eingestellten Zerfälle erwartet. Die beiden angeregten Zustände zerfallen mit einer Zerfallskonstante von $1\Gamma_1 + 3, 32\Gamma_1 = 4, 32\Gamma_1$ (spontaner Zerfall + Ionisation), was bedeutet, dass die Kohärenzen mit $\frac{4,32\Gamma_1}{2} = 2.16\Gamma_1$ abklingen (vergleichbar mit $\Gamma = 2.25\Gamma_1$ siehe oben). Durch die konstante Population von $|12\rangle$ $(bzw. |7\rangle)$ im Gleichgewichtszustand kommt es zu einer gleichbleibenden Ionisationsrate und somit zu einem linearen Anstieg der Besetzung des Ionisationszustandes $\rho_{3,3}$. Nach 140ns wird der Readout-Laser ausgeschaltet und man sieht nur noch den Einfluss der Zerfälle. Die Endpopulation von Ionisations- und Dunkelzustand betragen in diesem Fall $\rho_{3,3}(t_{end}) = 1.309\%$ und $\rho_{4,4}(t_{end}) = 98.687\%$, was zusammen 99.996\% ergibt. Uber den Zerfall des angeregten Zustandes $5^2 P_{1/2} | F' = 2, m_{F'} = 0 \rangle$ enden 0.003% der Population in dem Grundzustand $5^2 S_{1/2} | F = 1, m_F = 0 \rangle$.

Ionisationswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von Pulsparametern Um herauszufinden wie sich die Ionisationswahrscheinlichkeit von Hell- und Dunkelzustand in Abhängigkeit der Pulsparameter des Readout-Lasers verhält, variiert man diese und bestimmt für jede Einstellung die Endpopulation des Ionisationszustandes $\rho_{3,3}(t_{end})$, welche die Ionisationswahrscheinlichkeit repräsentiert. Für die Ionisationsleistung wurde ein konstanter Wert von $\Gamma_{3,\star} = 3\Gamma_1$ gewählt. Die Ergebnisse sind anhand von simulierten Pulslängen-Messungen für drei verschiedene Leistungen als Schar in Abbildung 3.17 für den Hell- und Dunkelzustand dargestellt. Für die Ionisationswahrscheinlichkeit des Hellzustandes (Abb. 3.17a)) erkennt man, dass mit steigender Leistung des Readout-Lasers die steigende Flanke immer steiler wird und sich der Punkt, ab welchem die Ionisation ihrem Maximalwert zustrebt, immer mehr zu kleineren Pulslängen verschiebt. Dies ist durch die mit ansteigender Leistung wachsende Anregewahrscheinlichkeit zu begründen. Man benötigt somit mit steigender Readout-Leistung weniger Zeit um den Hellzustand zu ionisieren. Der Dunkelzustand zeigt



Abbildung 3.16.: Zeitabhängigkeit der Zustände $|3\rangle$, $|4\rangle$, $|7\rangle$ und $|12\rangle$ für die Ionisation des Dunkelzustandes.

für alle Leistungen ein lineares Verhalten in der Pulslänge, dessen Steigung mit größer werdender Leistung steiler wird (Abb. 3.17b)). Dies ist wiederum mit der ansteigenden Anregewahrscheinlichkeit zu begründen. Dieses prinzipielle Verhalten von Hell- und Dunkelzustand haben wir schon in dem vorhergehenden Abschnitt anhand der Zeitabhängigkeit von $\rho_{3,3}(t)$ (siehe Abbildungen 3.14 und 3.16), sowie in der Pulslängen-Messung (Abbildung 3.10) aus Abschnitt 3.2.3 gesehen.

Abhängigkeit von der lonisationsleistung Für eine effiziente Zustandsauslese ist eine hohe Ionisationswahrscheinlichkeit erforderlich. Will man nun die Ionisationswahrscheinlichkeit erhöhen, würde man als erstes vermuten, dass diese mit mehr Ionisationsleistung steigt. Um das zu untersuchen wurden in diesem Abschnitt für verschiedene Werte von P_{ion} , d.h. verschiedenen Leistungen des Ionisationslasers, die Ionisationswahrscheinlichkeiten des Hell- und Dunkelzustandes simuliert. Die Wahrscheinlichkeit ein Atom zu ionisieren hängt jedoch nicht nur von der Ionisationsleistung ab, sondern auch von der Pulslänge, sowie der Leistung des Readout-Lasers. Deshalb wurde für jeden Wert P_{ion} , der Ionisationskontrast von Hell- und Dunkelzustand über die Pulsparameter des Readout-Lasers optimiert. In Abbildung 3.18 sind die Ionisationswahrscheinlichkeiten des Hell- und Dunkelzustandes, sowie der aus ihnen berechnete Ionisationskontrast in Abhängigkeit der Ionisationsrate dargestellt. Wie erwartet erhöhen sich auch die Ionisationswahrscheinlichkeiten der beiden Zustände mit steigender Ionisationsleistung, sie zeigen allerdings ein unterschiedliches Verhalten. Die Kurve des Hellzustandes wird mit steigender Ionisationsleistung immer



Abbildung 3.17.: Readout Pulslängen-Simulationen für unterschiedliche Readout-Leistungen. Ionisationswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der verwendeten Pulslänge des Readout-Lasers für a) den Hellzustand und b) den Dunkelzustand.



Abbildung 3.18.: Ionisationswahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit der Ionisationsleistung. rot: des Hellzustandes, grün (rechte Achse): des Dunkelzustandes, blau: Differenz der Ionisationswahrscheinlichkeit von Hell- und Dunkelzustand (Kontrast).

flacher, wohingegen der Graph des Dunkelzustandes immer steiler wird. Für den Kontrast ergibt sich dadurch ein Optimum, welches zwischen den Werten $\Gamma_{3,\star} = 3\Gamma_1$ und $\Gamma_{3,\star} = 4\Gamma_1$ liegt. Der in unserem Experiment verwendete Ionisationslaser hat eine experimentell bestimmte Ionisationsrate von $\Gamma_{3,\star_{exp}} = 3.32\Gamma_1$, welche sich sehr nahe an dem Optimum der Simulation befindet. Wir erwarten daher keine weitere Verbesserung der Zustandsauslese durch die Erhöhung der Ionisationsleistung.

In Tabelle 3.1 sind die optimierten Einstellungen für unterschiedliche Ionisationsleistungen zusammengefasst. Neben den oben erwähnten Maximum des Ionisationskontrastes, benötigt man mit steigender Ionisationsleistung zum Erreichen der lokalen Optima eine höhere Readout-Laser Leistung, dafür aber eine kürzere Pulslänge. Eine kürzere Pulslänge, bedeutet gleichzeitig auch eine schnellere Zustandsauslese. Daher kann durch erhöhen der Ionisationsleistung im Experiment, eventuell die Dauer für die Zustandsauslese um wenige 10ns verringert werden.

3.3.4. Vergleich von Messung und Simulation

Die Simulation gibt uns einen detaillierten Einblick in die Abläufe und Zusammenhänge des Ionisationsprozesses. Um nun zu sehen wie gut die Simulation die experimentellen Ergebnisse wiederspiegelt, bzw. wie gut wir im Experiment an den in der Simulation

$\Gamma_{3,\star}(\Gamma_1)$	2	3	4	5	6
$\rho_{3,3}$ Hellzustand	0.97069	0.97808	0.98196	0.98437	0.98590
$\rho_{3,3}$ Dunkelzustand	0.00463	0.00764	0.01145	0.01600	0.02126
Ionisationskontrast	0.96606	0.97044	0.97051	0.96837	0.96464
$I_{readout}(\mu W/I_{sat})$	0.2 / 1.64	0.29 / 2.38	0.45 / 3.69	$0.66 \ / \ 5.42$	0.87 / 7.14
$t_{readout}(ns)$	145	120	90	70	60

Tabelle 3.1.: Einstellungen und Ergebnisse der Optimierung des Ionisationskontrastes.

berechneten Idealfall herankommen, werden die Vorhersagen der Simulation am Beispiel einer Messung miteinander verglichen. Dazu wird die in Abschnitt 3.2.3 vorgestellte Readout-Leistungs-Messung (Abb. 3.11) verwendet. Für den Vergleich wurde eine Readout-Leistungs-Simulation mit einer Pulslänge des Readout-Lasers von 140ns und einer Ionisationsrate des Ionisationslasers von $\Gamma_{3,\star} = 3.32\Gamma_1$ berechnet. In Abbildung 3.19a) sind die Rohdaten, welche gemessen bzw. simuliert wurden, abgebildet. Man erkennt nun, dass zwischen Simulation und Messung ein deutlicher Unterschied besteht. Eine Erklärung hierfür ist, dass im Experiment der Readout-Laser nicht exakt auf den Ort der Falle fokussiert wurde und somit die effektive Leistung am Ort des Atoms eine andere als aus Leistung, Fokussierung und Verlusten berechnete war. Um auf die gleiche Ionisationswahrscheinlichkeit wie in der Simulation zu gelangen benötigt man daher im Experiment mehr Leistung des Readout-Lasers. Um darauf zu korrigieren haben wir den Parameter der Leistung der Simulation gestreckt, sodass die steigende Flanke von Simulation und Messung gut überlappen. Das ist gerechtfertigt, da ansonsten alle anderen Parameter (Pulslänge, Ionisationsleistung), welche Einfluss auf die Steigung der Flanke haben können, experimentell bestimmt und so in die Simulation übernommen wurden. Des weiteren geht in der Messung die Detektionseffizienz der Kanalelektronenvervielfacher ein, welche Einfluss auf die gemessenen Ionisationswahrscheinlichkeiten hat. Für einen besseren Vergleich wurde daher die Detektionseffizienz von 99.48% in die Simulation mit eingerechnet und die Leistung um einen Faktor von 3.1 gestreckt, wodurch man das Bild aus Abbildung 3.19b) erhält.

Es kommt nun zwischen Simulation und Messung qualitativ zu einer guten Übereinstimmung, vor allem beim Hellzustand. Der Dunkelzustand wird in der Messung mehr als in der Simulation ionisiert, die Ionisationswahrscheinlichkeit zeigt aber bei beiden ein lineares Verhalten in der Leistung. Im Folgenden werden Simulation und Messung quantitativ miteinander verglichen. Hierfür betrachten wir die Ionisationswahrscheinlichkeiten für die Einstellung an welcher man maximalen Kontrast in der Messung festgestellt hat, in diesem Fall bei $P_{readout} = 1.24$.

Die Ionisationswahrscheinlichkeit des Hellzustandes beträgt an diesem Punkt in der



Abbildung 3.19.: Vergleich von Messung und Simulation anhand einer Readout Leistungs-Messung mit einer Pulslänge von 140ns und einer Ionisationsrate von $\Gamma_{3,\star} = 3,32\Gamma_1$; a) reine Daten ohne Leistungsanpassung b) mit angepasster Leistung (Streckungsfaktor 3.1).

Simulation 97.541%³ und in der Messung (97.,753 \pm 0.264)%, und stimmen daher im Rahmen der Messgenauigkeit überein.

Für den Dunkelzustand ergaben sich die Werte von 1.303% in der Simulation und (3.949 ± 0.341) % in der Messung, was im Rahmen der Messgenauigkeit nicht in Übereinstimmung gebracht werden kann. Die Simulation beschreibt nur eine feste Polarisation des Readout-Lasers und somit keine Polarisations- bzw. Präparationsfehler. Der Beitrag zur Ionisation des Dunkelzustandes ist daher rein nicht resonant. In der Messung dagegen gibt es sowohl resonante, als auch nicht resonante Beiträge, welche wir mit Hilfe der Messung aus Abschnitt 3.2.2 und den daraus abgeleiteten Formeln 3.4 quantitativ voneinander trennen können⁴. Für eine Pulslänge von 140ns ergibt sich der resonante Beitrag zur Ionisation des Dunkelzustandes zu 0.415 \cdot 3.949% = 1.639% und der nicht resonante zu 0.585 \cdot 3.949% = 2.310%. Vergleicht man nur die nicht resonanten Anteile miteinander, bleibt immer noch ein Unterschied von ~ 1% zwischen der Vorhersage der Simulation und dem gemessenen Wert der Ionisationswahrscheinlichkeit des Dunkelzustandes über. Woher dieser Unterschied kommt erfordert noch weiterer Untersuchung.

Zusammenfassend schafft die Simulation eine gute Beschreibung der Messdaten, mit Ausnahme des Unterschieds in der Dunkelzustandsionisation. Betrachtet man die Simulation als Idealfall, zeigt diese uns die Grenzen auf, welche man im Experiment bestmöglich erreichen kann. Für den Hellzustand ist dies schon erreicht und wir erwarten keine weitere Erhöhung der Ionisationswahrscheinlichkeit. Für den Dunkelzustand dagegen gibt es noch Verbesserungspotential, sowohl in der Reduzierung des resonanten, als auch des nicht resonanten Anteils.

In diesem Abschnitt sind wir durch die Simulation zu folgenden weiteren Aussagen gekommen:

- Die Ionisation des Hellzustandes wird durch den Zerfall in den Dunkelzustand limitiert. Für die hier verwendeten Pulsparameter enden 1..2% der Gesamtpopulation im Dunkelzustand.
- Über nicht resonante Streuung kann der Dunkelzustand angeregt und daraufhin ionisiert werden. Für die hier simulierten Werte lag dies bei 1..2%.
- Eine Erhöhung der Ionisationsleistung würde zu keiner weiteren Verbesserung der Zustandsauslese führen, könnte aber eventuell die Ionisationsdauer um wenige 10ns verringern.

 $^{^3\}mathrm{Die}$ Ionisationswahrscheinlichkeit ist auf die Detektionseffizienz von 99.48% korrigiert.

⁴Die Formeln sind nur für eine bestimmte Leistung des Readout-Lasers von 1, 24μ W gültig, welche jedoch in dem hier untersuchten Punkt vorliegt.

3.4. Zusammenfassung

Die atomare Zustandsauslese durch zustandsabhängige Ionisation und anschließender Detektion der Ionisationsfragmente hat mehrere Vorteile. Sie ist sehr schnell (Detektionszeit < 600ns (siehe 3.2.2)), sehr effizient (Detektionseffizienz > 99.4% (siehe 3.2.1)) und liest den Atomzustand im "Einzelschuss" mit hoher Güte aus (Kontrast > 94% (siehe 3.2.3)). Zudem kann man durch Wahl der Polarisation des Readout-Lasers jede Superposition der beiden Qubit-Zustände auslesen. All das sind wichtige und erforderliche Eigenschaften, welche man für die Durchführung eines schlupflochfreien Tests der Bellschen-Ungleichung benötigt. Für ein tieferes Verständnis des Ionisationsprozesses wurde eine Simulation durchgeführt (siehe Abschnitt 3.3), welche in guter Übereinstimmung mit den Messdaten ist. Ein interessantes Ergebnis der Simulation ist, dass die Erhöhung der im Experiment verwendeten Ionisationsleistung, zu keiner weiteren Verbesserung der Zustandsauslese führen würde (siehe 3.3.3).

4. Rolle der Qualität der Einzelphotonquelle in der Zwei-Photonen-Interferenz

In unserem Experiment wollen wir Spinkorrelationen zwischen zwei verschränkten Atomen messen, wofür die Qualität des Atom-Atom-Zustandes von entscheidender Bedeutung ist. Um nun einen verschränkten Zustand von hoher Qualität, über das Entanglement Swapping Protokoll mittels Zwei-Photonen-Interferenz zu erzeugen, werden idealerweise Quellen benötigt, welche "ununterscheidbare" Photonen erzeugen. Im Prinzip ist das hier verwendete einzelne Atom eine perfekte Einzelphotonquelle, da es während des Zerfalls aus einem angeregten Zustand in einen Grundzustand ein einzelnes Photon emittiert. Es kann ohne eine erneute Anregung kein zweites Photon emittieren. Die Anregung des Atoms geschicht hier über einen Anregepuls mit einer Länge von ~ 20 ns. Diese ist vergleichbar mit der Lebensdauer (26.2ns) des angeregten Zustandes $5^2 P_{3/2} | F' = 0, m_{F'} = 0 \rangle$. Es kann daher nach dem Zerfall des Atoms in den Grundzustand zu einer erneuten Anregung, und damit zur Emission von mehr als einem Photon kommen. Wir konzentrieren uns hier auf Zwei-Photon-Emissions-Prozesse, von denen es unterschiedliche Typen gibt, welche unterschiedliche Auswirkungen bei der Detektion von Zwei-Photonen-Interferenz haben. Auf der einen Seite können Ereignisse mit zwei Photonen von einem Atom nicht von gewünschten Ereignissen unterschieden werden, bei welchen die einzelnen Photonen jeweils von einem Atom emittiert wurden. Auf der anderen Seite, auch wenn nur eines der beiden, aus einem Zwei-Photonen-Emissions-Prozess stammenden Photonen, detektiert wird, hat dieses abweichende temporale bzw. spektrale Eigenschaften, was zu einer Reduzierung des Uberlapps mit einem Einzelphoton und damit zu einer Verschlechterung des Interferenzkontrastes führt [19]. Von entscheidender Bedeutung für die Qualität der Zwei-Photonen-Interferenz zur Erzeugung des verschränkten Atom-Atom-Zustandes sind die Eigenschaften des optischen Anregepulses. Für eine Erhöhung des Interferenzkontrastes, müssen daher diese Zwei-Photonen-Emissions-Ereignisse vermieden werden, wodurch die Länge des Anregepulses nach oben limitiert ist. Zu kurze Pulse dürfen jedoch auch nicht gewählt werden, da es durch Fourierverbreiterung des Anregespektrums zu einer erhöhten Wahrscheinlichkeit für nicht resonante Anregungen kommt. Um auch bei einem kurzen Anregepuls das Atom mit einem π -Puls anzuregen, benötigt man eine höhere Anregeleistung, wodurch es zur Sättigungsverbreiterung kommt, was ebenfalls die Wahrscheinlichkeit

für eine Zwei-Photon-Emission erhöht. Dadurch nimmt die Qualität des verschränkten Atom-Photon-Zustandes ab, da die Photonen nicht mehr aus dem in 2.3.2 beschriebenen Zerfall stammen [19].

Messungen, sowie eine Beschreibung der Zwei-Photonen-Emissions-Prozesse ist in [19], für eine Pulslänge der Anregung von 21.65ns (FWHM) gegeben. Hierbei wurde zwischen drei Typen an Zwei-Photonen-Prozessen unterschieden und ein Modell vorgestellt, mit welchem man den Einfluss auf die Qualität des *Entanglement Swapping* abschätzen kann. Hier werden Simulationsergebnisse vorgestellt, welche dieses Modell benutzen um für unterschiedliche Anregeparameter die zu erwartende Qualität des verschränkten Atom-Atom-Zustandes anzugeben, wodurch sich optimierte Anregeparameter finden lassen.

In diesem Kapitel wird zunächst ein Überblick über die verschiedenen Arten von Zwei-Photonen-Emissions-Ereignissen gegeben. Anschließend werden Simulationen vorgestellt mit denen man die Anregung des Atoms, und die daraus resultierenden Zwei-Photonen-Emissions-Prozesse in Abhängigkeit der Anregeparameter berechnen kann. Abschließend werden die Ergebnisse der Simulation dazu verwendet, die zu erwartende Qualität des verschränkten Atom-Atom-Zustandes zu bestimmen und die Anregeparameter zu optimieren.

4.1. Überblick über Zwei-Photonen-Emissions-Prozesse

Nachfolgend werden die drei in unserem Anregeschema auftretenden Typen von Zwei-Photon-Emissions-Prozessen dargestellt. Eine genauere Beschreibung, sowie die Bestimmung der in diesem Abschnitt verwendeten Wahrscheinlichkeiten, sind in [19] zu finden.

4.1.1. Polarisationsfehler in der Anregung (Typ I)

Die Ursache für den ersten Fall einer Zwei-Photonen-Emission sind Polarisationsfehler des Anregelasers. Durch diese Polarisationsfehler werden nach dem Ersten Zerfall die Übergänge $5^2S_{1/2} | F = 1, m_F = \pm 1 \rangle \rightarrow 5^2P_{3/2} | F' = 0, m_{F'} = 0 \rangle$ ermöglicht und das Atom kann ein zweites mal in den Zustand $5^2P_{3/2} | F' = 0, m_{F'} = 0 \rangle$ angeregt werden (siehe Abbildung 4.1). Das Atom zerfällt daraufhin wieder über die selben Zerfallskanäle wie in Abschnitt 2.3.2, wodurch es jetzt mit dem zweiten Photon verschränkt ist. In diesem Fall sind die Polarisationen des ersten und des zweiten Photons nicht miteinander korreliert, weshalb Zwei-Photon-Koinzidenzen mit gleicher Wahrscheinlichkeit an jeder Detektorkombination (siehe Tabelle 2.1) auftreten ¹.

¹Die beiden Photonen können auch auf den selben Detektor treffen und so nicht als Koinzidenzen detektiert werden.



Abbildung 4.1.: Zwei-Photonen-Emission auf Grund von Polarisationsfehlern des Anregelasers (Typ I). 1) zeigt den spontanen Zerfall des Atoms nach einer ersten Anregung, wodurch die Atom-Photon-Verschränkung erzeugt wird. 2) zeigt die zweite Anregung durch die falsch polarisierten Anteile des Anregelasers.
3) zeigt den zweiten spontanen Zerfall über die selben Zerfallskanäle wie im ersten Zerfall.

4.1.2. nicht resonante Anregung nach dem ersten Zerfall (Typ II)

Im zweiten Fall kann das Atom über den nicht resonanten Ubergang $5^2S_{1/2} | F = 1, m_F = \pm 1 \rangle \rightarrow 5^2P_{3/2} | F' = 1, m_{F'} = \pm 1 \rangle$ ein zweites mal angeregt werden (siehe Abbildung 4.2 1) und 2)). Von diesen Zuständen aus kann das Atom nun in die beiden Grundzustände $|F = 1\rangle$ und $|F = 2\rangle$ zerfallen. Mit einer Wahrscheinlichkeit von $^{8}/_{15}$, welche über Clebsch-Gordan-Koeffizienten bestimmt werden kann, wird auch das zweite Photon auf einem σ -Übergang emittiert und kann als R/L-zirkular polarisiertes Photon detektiert werden. In diesem Fall gibt es drei verschiedene Zerfälle, über welche unterschiedliche Zwei-Photonen-Zustände entstehen. Im Folgenden wird das erste emittierte Photon mit dem Index 1 und das zweite Photon mit dem Index 2 gekennzeichnet.

1. Mit einer Wahrscheinlichkeit von $p_a = {}^{25}/{}^{32} \approx 0,781$ zerfällt das Atom in den Zustand $5^2 S_{1/2} | F = 1, m_F = 0 \rangle$ (siehe Abbildung 4.2 3 a)). Da die beiden Emissionswege, des ersten und des zweiten Photons, zusammen zu dem selben Endzustand führen, sind die beiden emittierten Photonen in einem, in der Polarisation, verschränkten Zustand [21].

$$\begin{aligned} \left|\Psi^{+}\right\rangle_{tp} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\left|R\right\rangle_{1}\left|L\right\rangle_{2} + \left|L\right\rangle_{1}\left|R\right\rangle_{2}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\left|H\right\rangle_{1}\left|H\right\rangle_{2} + \left|V\right\rangle_{1}\left|V\right\rangle_{2}) \end{aligned}$$

2. Mit einer Wahrscheinlichkeit von $p_b = 1/32 \approx 0,031$ zerfällt das Atom in den

Zustand $5^2 S_{1/2} | F = 2, m_F = 0 \rangle$ (siehe Abbildung 4.2 3 b)). Auch in diesem Fall bilden die beiden Photonen einen verschränkten Zustand, welcher, auf Grund von unterschiedlichen Vorzeichen der Clebsch-Gordan-Koeffizienten, orthogonal zu dem in 1. Behandelten ist.

$$\begin{split} \Psi^{-} \rangle_{tp} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|R\rangle_{1} |L\rangle_{2} - |L\rangle_{1} |R\rangle_{2}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_{1} |V\rangle_{2} + |V\rangle_{1} |H\rangle_{2}) \end{split}$$

3. Mit einer Wahrscheinlichkeit von $p_c = 6/32 \approx 0,188$ zerfällt das Atom in einen der Zustände $5^2 S_{1/2} | F = 2, m_F = \pm 2 \rangle$, wodurch ein gemischter Zwei-Photonen-Zustand entsteht (siehe Abbildung 4.2 3 c)).

$$\hat{\rho}_{tp} = \frac{1}{2} |L\rangle_1 |L\rangle_2 \langle L|_1 \langle L|_2 - |R\rangle_1 |R\rangle_2 \langle R|_1 \langle R|_2$$

Die hier genannten Zwei-Photon-Emissions-Ereignisse haben wegen den Korrelationen in den Polarisationen der beiden emittierten Photonen, im Gegensatz zum Typ I Prozess, unterschiedliche Wahrscheinlichkeiten in den Detektorkombinationen aus Tabelle 2.1 aufzutreten, abhängig davon, welche Photonendetektionsbasis gewählt wurde[19]. Dadurch können in Messungen die Anteile der beiden Typen (I bzw. II) bestimmt werden [21].

4.1.3. Zerfall in den Ausgangszustand (Typ III)

das Atom, nach der ersten Zerfällt Anregung in den Ausgangszustand $5^2 S_{1/2} | F = 0, m_F = 0 \rangle$ zurück und emittiert dabei ein π -polarisiertes Photon, kann es über den gleichen Übergang erneut angeregt werden (siehe Abbildung 4.3). In diesem Fall kommt es zu keinen Zwei-Photon-Koinzidenzen von einem Atom, da Photonen, welche über einen π -Übergang emittiert wurden, in dem hier verwendeten Aufbau nicht detektiert werden können. Dieser Prozess hat dennoch einen entscheidenden Einfluss auf die Zwei-Photonen-Interferenz, da er temporale Eigenschaften des zweiten Photons verändert, und so den Überlapp mit dem Einzelphoton reduziert. Die Qualität des verschränkten Atom-Photon-Zustandes wird dadurch nicht verändert, da das zweite Photon perfekt mit dem Atom verschränkt ist [19].



Abbildung 4.2.: Zwei-Photonen-Emission durch Anregung des Atoms über den nicht resonanten Übergang $5^2S_{1/2} | F = 1, m_F = \pm 1 \rangle \rightarrow 5^2P_{3/2} | F' = 1, m_{F'} = \pm 1 \rangle$ (Typ II). 1) zeigt den spontanen Zerfall des Atoms nach einer ersten Anregung, wodurch die Atom-Photon-Verschränkung erzeugt wird. 2) zeigt die zweite nicht resonante Anregung in den Zustand $5^2P_{3/2} | F' = 1 \rangle$. 3) zeigt den zweiten spontanen Zerfall des Atoms. a) zeigt den Zerfall in den Zustand $5^2S_{1/2} | F = 1, m_F = 0 \rangle$, wodurch die beiden emittierten Photonen einen verschränkten Zustand $|\Psi^+\rangle_{tp}$ bilden. b)zeigt den Zerfall in den Zustand $5^2S_{1/2} | F = 2, m_F = 0 \rangle$, wodurch die beiden emittierten Photonen einen verschränkten Zustand $|\Psi^-\rangle_{tp}$ bilden. c) zeigt den Zerfall in die Zustände $5^2S_{1/2} | F = 2, m_F = \pm 2 \rangle$, wodurch die beiden emittierten Photonen einen gemischten Zwei-Photonen-Zustand $\hat{\rho}_{tp}$ bilden.



Abbildung 4.3.: Zwei-Photon-Emission durch einen ersten Zerfall in den Ausgangszustand (Typ III). 1) zeigt den spontanen Zerfall in den Ausgangszustand $5^2 S_{1/2} | F = 1, m_F = 0 \rangle$ unter Emission eines π -polarisierten Photons. 2) zeigt die zweite resonante Anregung über den gleichen Übergang, wie in der ersten Anregung. 3) zeigt den spontanen Zerfall des Atoms in die Zustände $5^2 S_{1/2} | F = 1, m_F = \pm 1 \rangle$, wodurch die Atom-Photon-Verschränkung erzeugt wird.

4.2. Zwei-Photonen Simulation

In diesem Abschnitt wird das Konzept der Simulation des Anregeprozesses und der Emission von einem oder mehreren Photonen eingeführt. Für weitere Informationen siehe [19].

4.2.1. Modell

Das Modell berücksichtigt drei Zustände, zwei Grundzustände ($|1\rangle$ und $|3\rangle$) und einen angeregten Zustand ($|2\rangle$), sowie eine Kopplung (siehe Abbildung 4.4 a)), durch welche nur der Ausgangszustand $|1\rangle$ über das Lichtfeld resonant an den angeregten Zustand $|2\rangle$ koppelt, nicht aber der Zustand $|3\rangle$. Vom angeregten Zustand aus kann das Atom dann spontan in die beiden Grundzustände $|1\rangle$ und $|3\rangle$ zerfallen.

Für den Anregeprozess aus Abschnitt 2.3.2 entsprechen die beiden Grundzustände $|1\rangle$ und $|3\rangle$ den Zuständen $5^2 S_{1/2} | F = 1$, $m_F = 0 \rangle$ und $5^2 S_{1/2} | F = 1$, $m_F = \pm 1 \rangle$ und der angeregte Zustand $|2\rangle$ dem Zustand $5^2 P_{3/2} | F' = 0$, $m_{F'} = 0 \rangle$.

Die Simulation basiert auf dem numerischen Lösen der, in Abschnitt 3.3.2 vorgestellten, Mastergleichung 3.6 innerhalb eines Zeitintervalls $[t_{start}, t_{end}]$. Im Wechselwirkungs-Hamiltonian H, werden wieder alle Kopplungen und Verstimmungen definiert. Dieser hat hier folgende Form:



Abbildung 4.4.: Schema der Simulation von Zwei-Photonen-Emissions-Prozessen. Abgebildet ist die Kopplung der drei im Modell beteiligten Zustände. a) zeigt den Fall, in welchem der Zerfall in den Ausgangszustand und eine mögliche zweite Anregung erlaubt sind. b) zeigt den Fall, in welchem das Atom nur in den Zustand zerfallen kann, welcher nicht an den angeregten Zustand koppelt. Hier kann maximal nur ein Photon emittiert werden.[19]

$$H = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 2\Delta_{1,2} & \Omega_{1,2}(t) & 0\\ \Omega_{2,1}(t) & 0 & \Omega_{2,3}(t)\\ 0 & \Omega_{3,2}(t) & 2\Delta_{3,2} \end{pmatrix}.$$

Hier ist $\Omega_{i,j}(t)$ die Rabifrequenz des Übergangs (siehe Gleichung 3.8) und $\Delta_{i,j}$ die Verstimmung des Lichtfeldes von dem atomaren Übergang $|i\rangle \rightarrow |j\rangle$. Für die Berechnung werden die beiden Zerfallskonstanten $\Gamma_{1,2}$ und $\Gamma_{3,2}$ über die natürliche Linienbreite des angeregten Zustandes $5^2 P_{3/2}$ ($\Gamma_2 = 2\pi \cdot 6.0666(18)$ MHz [30]) und die entsprechenden Clebsch-Gordan-Koeffizienten festgelegt.

4.2.2. Definition des Anregepulses

Im Experiment wird zur Anregung eine annähernd gaußförmige Pulsform mit Hilfe eines AOM erzeugt, um eine möglichst geringe Fourier-Unschärfe zu erhalten. In der Simulation wird daher der Anregepuls über folgende Funktion modelliert:

$$I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{1}{2}(\frac{t}{T})^2}.$$
(4.1)

Hier sind I_0 und T Größen, welche die Amplitude und die Halbwertsbreite des Anregepulses beschreiben. Letztere ist für einen gaußschen Puls durch $2\sqrt{2 \ln 2}T$ gegeben. Die zeitabhängige Intensität des Anregepulses am Ort des Atoms wird über die Formel 4.1 beschrieben, wobei I_0 die maximale Intensität des Pulses angibt und von der verwendeten optischen Leistung P_0 , sowie der Fokussierung (Strahltaille w_0) abhängt (siehe Formel 3.10). Die zeitabhängige Rabifrequenz, welche in den Wechselwirkungs-Hamiltonian eingeht, berechnet sich nach Formel 3.8 zu:

$$\Omega_{i,j}(t) = \frac{d_{i,j}}{\hbar} \cdot \sqrt{\frac{2I(t)}{c \cdot \varepsilon_0}}$$

wobei $d_{i,j}$ das Dipolmatrixelement des Übergangs zwischen den Zuständen $|i\rangle$ und $|j\rangle$ ist. Für den Übergang von $5^2 S_{1/2} | F = 1$, $m_F = 0\rangle$ nach $5^2 P_{3/2} | F' = 0$, $m_{F'} = 0\rangle$ ist das Dipolmatrixelement $d_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{6}} d_{D2} (d_{D2} = 3.58424(74) \times 10^{-29} \text{C} \cdot \text{m}[30]).$

4.2.3. Einzelphoton-Emission

Für die nachfolgenden Simulationen der Zwei-Photon-Emissions-Prozesse wird angenommen, dass das Atom nur einmal zerfallen ist, bevor es ein zweites mal angeregt wird. Um dies in der Simulation umzusetzen, kann das Atom hier nur in den Zustand $|3\rangle$ zerfallen, von welchem es keine Kopplung an den angeregten Zustand gibt (siehe Abbildung 4.4 b)), wodurch der Prozess nach diesem Zerfall endet. Als Ergebnis der Simulation erhält man die volle zeitliche Entwicklung aller Einträge von $\rho(t)$, unter anderem auch die Besetzung des Zustandes $|3\rangle$. Die zeitliche Ableitung $\frac{d}{dt}\rho_{33}(t)$ beschreibt die zeitabhängige Wahrscheinlichkeit für einen Zerfall in den Zustand $|3\rangle$. Die Anzahl an Photonen, welche innerhalb des Zeitintervalls $[t_{start}, t_{end}]$ emittiert wurden, ist:

$$n_{1st} = \int_{t_{start}}^{t_{end}} dt \frac{d}{dt} \rho_{33}(t).$$
(4.2)

Der Anteil an Photonen auf den σ^{\pm} -Übergängen, welche auf diese Art emittiert wurden, ist $\frac{2}{3}n_{1st}$, wobei hier der Faktor ²/₃ das Verzweigungsverhältniss des Zerfalls in die Zustände $5^2S_{1/2} | F = 1, m_F = \pm 1 \rangle$ berücksichtigt. Entsprechend ist die Anzahl an Photonen auf dem π -Übergang $\frac{1}{3}n_{1st}$.

Die relative Wahrscheinlichkeit, ein Photon zu einer bestimmten Zeit t innerhalb des Zeitintervalls zu emittieren, kann nun berechnet werden über

$$p_{1st}(t) = |\alpha_{einzel}(t)|^2 = \frac{\frac{d}{dt}\rho_{33}(t)}{n_{1st}}.$$
(4.3)

Diese kann als Betragsquadrat der Wellenfunktion $|\alpha_{einzel}(t)|^2$ eines Einzelphotons interpretiert werden [19].

4.2.4. Zwei-Photonen-Emission

Die Berechnung der Emission des zweiten Photons wird hier mithilfe des sogenannten "Quantum Jump Model" beschrieben. Es wird angenommen, dass das Atom zu einem Zeitpunkt t_1 instantan in den Grundzustand zerfällt (Quantensprung, englisch: quantum jump) und anschließend wieder kohärent angeregt wird. Mit dem verbleibenden Anregepuls wird erneut die Mastergleichung gelöst, wobei das zugrundeliegende Model gleich bleibt. Es ändert sich jedoch die Zuordnung der Zustände $|1\rangle$, $|2\rangle$ und $|3\rangle$. Der Endzustand des ersten Zerfalls wird jetzt zu dem Ausgangszustand ($|1'\rangle$) der zweiten Anregung. Die beiden anderen Zustände ($|2'\rangle$ und $|3'\rangle$) erhalten, je nach Typ $i \in \{I, II, III\}$ des Zwei-Photonen-Emissions-Prozesses, eine andere Rolle. Entsprechend werden für jeden Typ die jeweiligen Verstimmungen und Zerfallsstärken, sowie die Kopplungsstärke angepasst.

Der verbleibende Anregepuls wird über eine stückweise definierte Funktion beschrieben, welche bis zum Emissionszeitpunkt des ersten Photons t_1 den Wert Null hat und anschließend durch 4.1 gegeben ist[19]:

$$\widetilde{I}(t)_i(t_1, t_2) = \begin{cases} 0, & t_2 < t_1 \\ a_I \cdot I(t_2), & t_2 \ge t_1, \ i = I \\ I(t_2), & t_2 \ge t_1, \ i = II, III \end{cases}$$

Für den Typ I wird der Anteil an falscher Polarisation durch den Faktor a_I beschrieben.

Als Ergebnis der Simulation erhält man, analog zur vorhergehenden Beschreibung, die Population $\rho_{33,i}^{(2)}(t_1, t_2)$, deren Ableitung $\frac{d}{dt_2}\rho_{33,i}^{(2)}(t_1, t_2)$ die Wahrscheinlichkeit dafür ist, ein zweites Photon zur Zeit t_2 zu emittieren, falls zur Zeit t_1 ein erstes Photon emittiert wurde. Hierbei wird wieder angenommen, dass das Atom auch bei der zweiten Anregung nur einmal zerfallen kann (Schema aus Abbildung 4.4b)). Um nun absolute Wahrscheinlichkeiten für einen Zwei-Photonen-Emissions-Prozess anzugeben, müssen die Emissionszeiten t_1 des ersten Photons mit ihren entsprechenden Wahrscheinlichkeiten gewichtet werden [19]²:

$$\widetilde{p}_{2nd,i}(t_1, t_2) = A_{1st,i} \cdot p_{1st}(t_1) \cdot \frac{d}{dt_2} \rho_{33,i}^{(2)}(t_1, t_2), \qquad (4.4)$$

wobei $A_{1st,i}$ den Anteil an ersten Photon-Emissionen darstellt, nach welchen eine zweite Anregung für einen bestimmten Typ *i* möglich ist. Demnach ist die Anzahl an emittierten zweiten Photonen gegeben durch:

²In [19] ist folgende Formel gegeben $p_{2nd,i}(t_1, t_2) = A_{2nd,i} \cdot \tilde{p}_{2nd,i}(t_1, t_2)$. Hier beschreibt $A_{2nd,i}$ den Anteil an zweiten Photonen auf einem σ^{\pm} -Übergang für den jeweiligen Typ *i*.

$$n_{2nd,i} = \int_{t_{start}}^{t_{end}} dt_1 \int_{t_{start}}^{t_{end}} dt_2 p_{2nd,i}(t_1, t_2).$$
(4.5)

Das Betragsquadrat der Wahrscheinlichkeitsamplitude des erzeugten Zwei-Photonen-Zustandes $\int dt_1 dt_2 \alpha_i(t_1, t_2) |t_1\rangle |t_2\rangle$ kann nun wie folgt berechnet werden[19]:

$$|\alpha_i(t_1, t_2)|^2 = \frac{p_{2nd,i}(t_1, t_2)}{n_{2nd,i}}.$$
(4.6)

4.2.5. Berechnung des zeitlichen Modenüberlapps

Zur Bestimmung der Qualität von *Entanglement Swapping* ist nicht nur die Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Zwei-Photon-Emissions-Prozessen, sondern auch der Modenüberlapp der beiden interferierenden Photonen entscheidend. Der Erwartungswert des zeitlichen Modenüberlapps zweier Einzelphotonen kann über folgende Formel berechnet werden [19]:

$$O^{2} = \left| \int_{t_{start}}^{t_{end}} dt \sqrt{\left| \alpha_{einzel,1}(t) \right|^{2}} \cdot \sqrt{\left| \alpha_{einzel,2}(t) \right|^{2}} \right|^{2}, \qquad (4.7)$$

wobei $|\alpha_{einzel,i}(t)|^2$ die Erwartungswerte der zeitabhängigen Wahrscheinlichkeitsamplitude zweier Einzelphotonen sind (siehe Formel 4.3).

Wir benötigen ferner den Modenüberlapp zwischen einem Einzelphoton und einem Photon, welches aus einem Zwei-Photon-Emissions-Prozess stammt. Die Bestimmung dieses Modenüberlapps ist sehr viel aufwendiger, da die Wahrscheinlichkeit ein zweites Photon zu emittieren $p_{2nd,i}(t_1, t_2)$ ($i \in \{I, II, III\}$) zusätzlich von der Emissionszeit des ersten Photons t_1 abhängt. Darüber hinaus muss man zwei Fälle unterscheiden, nämlich wo der Überlapp eines Einzelphotons mit dem ersten Photon eines Zwei-Photonen-Emissions-Prozesses bestimmt wird ($\bullet \circ | \bullet$), bzw. wo ein Einzelphoton mit dem zweiten Photon eines Zwei-Photonen-Emissions-Prozesses zusammentrifft ($\circ \bullet | \bullet$). Ausgefüllte Punkte (\bullet) zeigen detektierte Photonen an, nicht ausgefüllte Punkte (\circ) zeigen Photonen an, welche zwar emittiert aber nicht detektiert werden.

Nach [19] berechnet sich der Modenüberlapp $O^2_{\circ \bullet_i \mid \bullet}(t_1)$ $(i \in \{I, II, III\})$ eines Einzelphotons mit dem zweiten Photon eines Zwei-Photonen-Emissions-Prozesses für jede Zeit t_1 über die Formel:

$$O_{\circ \bullet_{i}|\bullet}^{2}(t_{1}) = \left| \int_{t_{start}}^{t_{end}} dt_{2} \sqrt{\frac{|\alpha_{i}(t_{1}, t_{2})|^{2}}{\int_{t_{start}}^{t_{end}} dt_{2}' |\alpha_{i}(t_{1}, t_{2}')|^{2}}} \cdot \sqrt{|\alpha_{einzel}(t_{2})|^{2}} \right|^{2}.$$
 (4.8)

Hier sind $|\alpha_{einzel}(t)|^2$ bzw. $|\alpha_i(t_1, t_2)|^2$ die Wahrscheinlichkeitsamplituden des Einzelphotons bzw. des Zwei-Photonen-Zustandes (siehe Gleichungen 4.3 und 4.6). Der gesamte Modenüberlapp ergibt sich demnach zu [19]:

$$O_{\circ \bullet_{i}|\bullet}^{2} = \int_{t_{start}}^{t_{end}} dt_{1} p_{t_{2}}(t_{1}) \cdot O_{\circ \bullet_{i}|\bullet}^{2}(t_{1}), \qquad (4.9)$$

wobei $p_{t_2}(t_1) = \int_{t_{start}}^{t_{end}} dt_2 |\alpha_i(t_1, t_2)|^2$ die relative Wahrscheinlichkeit zur Zeit t_1 ein erstes Photon zu emittieren darstellt und als Gewichtungsfaktor für den Modenüberlapp $O_{\circ \bullet_i|\bullet}^2(t_1)$ dient.

Für den anderen Fall $(\bullet \circ_i | \bullet)$ (mit $i \in \{I, II\}$) ergibt sich analog:

$$O_{\bullet \circ_i | \bullet}^2 = \int_{t_{start}}^{t_{end}} dt_2 p_{t_1}(t_2) \cdot O_{\bullet \circ_i | \bullet}^2(t_2), \qquad (4.10)$$

 mit

$$O_{\bullet \circ_{i}|\bullet}^{2}(t_{2}) = \left| \int_{t_{start}}^{t_{end}} dt_{1} \sqrt{\frac{|\alpha_{i}(t_{1}, t_{2})|^{2}}{\int_{t_{start}}^{t_{end}} dt_{1}' |\alpha_{i}(t_{1}', t_{2})|^{2}} \cdot \sqrt{|\alpha_{einzel}(t_{1})|^{2}} \right|^{2}$$
(4.11)

$$p_{t_1}(t_2) = \int_{t_{start}}^{t_{end}} dt_1 \, |\alpha_i(t_1, t_2)|^2 \,. \tag{4.12}$$

4.3. Vorhersage der Qualität des verschränkten Atom-Atom-Zustandes

In diesem Abschnitt soll das Modell vorgestellt werden, mit welchem aus den simulierten Daten die Qualität des *Entanglement Swapping* und damit auch des verschränkten Atom-Atom-Zustandes abgeschätzt werden kann. Hierfür sollen zunächst die vier in diesem Modell beteiligten Zwei-Photonen-Detektions-Ereignisse vorgestellt werden. Die Ereignisse setzen

Symbol	Quelle A	Quelle B		
•	ein Photon emittiert, eines det.	ein Photon emittiert, eines det.		
•• 0	zwei Photonen emittiert, beide det.	ein Photon emittiert, nicht det.		
• • •	zwei Photonen emittiert, erstes det.	ein Photon emittiert, eines det.		
0 • •	zwei Photonen emittiert, zweites det.	ein Photon emittiert, eines det.		

Tabelle 4.1.: Übersicht über verschiedene Zwei- und Drei-Photonen-Ereignisse, von welchen zwei Photonen detektiert werden. Quelle A, welche ein oder zwei Photonen beiträgt, ist auf der linken Seite aufgetragen, Quelle B trägt ein oder kein Photon bei und wird auf der rechten Seite aufgetragen.

sich aus den Emissionen der beiden Atome, hier als Quelle A und Quelle B bezeichnet, zusammen, wobei man hier nur die Fälle berücksichtigt, in denen insgesamt zwei oder drei Photonen von beiden Quellen zusammen emittiert werden. Die Quelle, welche hier ein oder zwei Photonen beiträgt ("A"), wird in der symbolischen Schreibweise aus Tabelle 4.1 [21] auf der linken Seite des vertikalen Trennstriches aufgetragen. Quelle B trägt ein oder kein Photon bei und wird auf der rechten Seite aufgetragen.

4.3.1. Aufbereitung der in der Simulation zugänglichen Daten

Um den Beitrag der vier Kategorien aus Tabelle 4.1 zur Qualität des verschränkten Zustandes zu bestimmen, muss ermittelt werden, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein detektiertes Photon aus einen der drei Typen (I, II, III) eines Zwei-Photonen-Emissions-Prozesses stammt. Zur Vereinfachung wird in der Simulation angenommen, dass maximal einer der drei Typen während einer Anregung stattfindet und nicht mehrere auf einmal. Dazu betrachten wir Abbildung 4.5, in welcher Wahrscheinlichkeitsdiagramme für die Emission von Quelle A (siehe 4.5 a), b), c)) und Wahrscheinlichkeitsdiagramme für Quelle B (siehe 4.5 d1), d2), d3)) dargestellt sind.

Die erste Verzweigung in den Diagrammen von Quelle A ist gegeben durch die Größe $A_{1st,i}$ (siehe Gleichung 4.5), die den Anteil der ersten Emission angibt, nach welchen eine zweite Anregung für einen bestimmten Typ $i \in \{I, II, III\}$ möglich ist $(A_{1st,\{I,II\}} = \frac{2}{3}n_{1st}$ und $A_{1st,III} = \frac{1}{3}n_{1st}$). In der zweiten Verzweigung wird unterschieden, ob Quelle A ein oder zwei Photonen emittiert. Hierfür wird die Größe $\tilde{n}_{2nd,i}$ (siehe Gleichungen 4.5³) verwendet, welche die Wahrscheinlichkeit, ein zweites Photon zu emittieren, darstellt und mit dem jeweiligen Verzweigungsverhältnis für σ^{\pm} -Übergänge bzw. π -Übergänge des jeweiligen Typs i multipliziert wird. Die Wahrscheinlichkeit ein Einzelphoton zu erhalten ist z.B. für den Typ I gegeben über $\frac{2}{3}n_{1st} \cdot (1 - \tilde{n}_{2nd,I})$ und die Wahrscheinlichkeit, zwei Photonen über

 $^{{}^{3}\}widetilde{n}_{2nd,i}$ ist über folgende Gleichung definiert: $\widetilde{n}_{2nd,i} = \frac{n_{2nd,i}}{A_{1st,i}}$ und ist in der Simulation eine direkt zugängliche Größe.



Abbildung 4.5.: Wahrscheinlichkeitsdiagramme für die Emission von Quelle A (a),b),c)) und Quelle B (d1),d2),d3)). Die erste Verzweigung in den Diagrammen von Quelle A gibt den Anteil an ersten Emissionen an, nach welchen eine zweite Anregung möglich ist ($A_{1st,i}$ $i \in \{I, II, III\}$). Die zweite Verzweigung unterscheidet, ob die Quelle A ein oder zwei Photonen emittiert, wobei $\tilde{n}_{2nd,i}$ die Wahrscheinlichkeit der Emission eines zweiten Photons darstellt und mit dem Verzweigungsverhältniss für σ^{\pm} -Übergänge, bzw. π -Übergänge des jeweiligen Typs multipliziert wurde. X bezeichnet Wege welche nicht zu einer Detektion von zwei Photonen führen. Die rechte Seite illustriert die Wege und Wahrscheinlichkeiten, welche zu verschiedenen Arten der Detektion führen. Hierbei sind die Aufsammeleffizienzen für die Photonen nicht mit aufgeführt, da diese nachfolgend durch eine Normierung herausfallen (siehe Gleichung 4.26).
Typ Ph. Komb.	Ι	II	III
$A_{\sigma\sigma,i} \ i \in \{I, II\}$	$\frac{2}{3}\widetilde{n}_{2nd,I}$	$\frac{8}{15}\widetilde{n}_{2nd,II}$	/
$A_{\sigma\pi,i} \ i \in \{I, II\}$	$\frac{1}{3}\widetilde{n}_{2nd,I}$	$\frac{7}{15}\widetilde{n}_{2nd,II}$	/
$A_{\pi\sigma,i} \ i \in \{III\}$	/	/	$\frac{\frac{1}{3}\widetilde{n}_{2nd,III}}{1+\frac{1}{3}\widetilde{n}_{2nd,III}}$

Tabelle 4.2.: Wahrscheinlichkeiten für die Anteile an Photonen aus einem Zwei-Photonen-Emissions-Prozess von allen detektierbaren Photonen. Die Wahrscheinlichkeiten wurden aus den Diagrammen von Abbildung 4.5 a), b), c) bestimmt.

 σ^{\pm} -Übergänge zu emittieren, gegeben über $\frac{2}{3}n_{1st} \cdot \frac{2}{3}\widetilde{n}_{2nd,I}$. Der entsprechende Anteil an Photonen aus diesem Zwei-Photonen-Emissions-Prozess von allen detektierbaren Photonen ist:

$$A_{\sigma\sigma,I} = \underbrace{\frac{2}{3}n_{1st} \cdot \frac{2}{3}\widetilde{n}_{2nd,I}}_{Einzelphoton} + \underbrace{\frac{2}{3}\widetilde{n}_{2nd,I}}_{Einzelphoton} + \underbrace{\frac{2}{3}n_{1st} \cdot \frac{2}{3}\widetilde{n}_{2nd,I}}_{Zweites-Photon} = \frac{\frac{2}{3}n_{1st} \cdot \frac{2}{3}\widetilde{n}_{2nd,I}}{\frac{2}{3}n_{1st}} = \frac{2}{3}\widetilde{n}_{2nd,I}.$$
(4.13)

Analog kann dies auch für die anderen Wahrscheinlichkeiten durchgeführt werden. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.2 zusammengefasst.

Die Diagramme von Quelle B sind in Abhängigkeit von der Emission von Quelle A unterteilt in:

- Quelle A emittiert zwei Photonen über einen σ[±]-Übergang (d1). Hier ist der Anteil an Photonen aus einem Zwei-Photonen-Emissions-Prozess über die Wahrscheinlichkeit A_{σσ,i} gegeben (i ∈ {I, II}). Quelle A kann in diesem Fall zwei Photonen zur Zwei-Photonen-Detektion beitragen, wodurch für Quelle B keine Einschränkung in der Emission besteht (d.h. Quelle B kann sowohl über den σ[±]-Übergang, als auch über den π-Übergang ein Photon emittieren). Hier gibt es die Möglichkeit einen Beitrag für die Kategorien (•• |•), (•• |•) und (•• |•) zu liefern. Da die Emissionen von Quelle A und Quelle B unabhängig voneinander sind und die Photonen-Detektionswahrscheinlichkeit in beiden Fallen als identisch angenommen wird, ist die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der drei Kategorien gleich.
- Quelle A emittiert zuerst ein Photon über einen σ^{\pm} -Übergang und anschließend über einen π -Übergang (d2). Der entsprechende Anteil ist hier durch die Wahrscheinlichkeit

 $A_{\sigma\pi,i}$ gegeben $(i \in \{I, II\})$. Da Quelle A nur ein detektierbares Photon emittiert hat, für eine Zwei-Photonen-Detektion aber zwei benötigt werden, muss Quelle B in diesem Fall ein Photon über einen σ^{\pm} -Übergang emittieren. Hier gibt es nur die Möglichkeit einen Beitrag für die Kategorie (• • |•) zu liefern.

• Quelle A emittiert zuerst ein Photon über einen π -Übergang und anschließend über einen σ^{\pm} -Übergang (d3). Der entsprechende Anteil ist hier durch die Wahrscheinlichkeit $A_{\pi\sigma,i}$ gegeben ($i \in \{III\}$). Da Quelle A nur ein detektierbares Photon emittiert hat, muss Quelle B in diesem Fall ein Photon über einen σ^{\pm} -Übergang emittieren. Hier gibt es nur die Möglichkeit einen Beitrag für die Kategorie ($\circ \bullet | \bullet$) zu liefern.

Über die Diagramme d1), d2) und d3) aus Abbildung 4.5 können nun die relativen Wahrscheinlichkeiten $(P_{\bullet|\bullet}, P_{\bullet\bullet|\circ}, P_{\bullet\circ|\bullet})$ und $P_{\circ\bullet|\bullet})$ für das Auftreten der vier in Tabelle 4.1 zusammengefassten Kategorien berechnet werden, wobei die Summe aller vier Wahrscheinlichkeiten 1 ergibt:

$$1 = P_{\bullet|\bullet} + P_{\bullet\bullet|\circ} + P_{\bullet\circ|\bullet} + P_{\circ\bullet|\bullet}. \tag{4.14}$$

Hierbei sind die Aufsammeleffizienzen für die Photonen nicht mit berücksichtigt, da diese nachfolgend durch eine Normierung herausfallen (siehe Gleichung 4.26). Die Wahrscheinlichkeit $P_{\bullet \bullet \mid \circ}$ hat zwei Beiträge, welche über das Diagramm d1) bestimmt werden können:

$$P_{\bullet \bullet \mid \circ} = 2 \cdot \left(\underbrace{A_{\sigma\sigma,I} \cdot \frac{2}{3} n_{1st} + A_{\sigma\sigma,I} \cdot \frac{1}{3} n_{1st}}_{Typ I} + \underbrace{A_{\sigma\sigma,II} \cdot \frac{2}{3} n_{1st} + A_{\sigma\sigma,II} \cdot \frac{1}{3} n_{1st}}_{Typ II} \right)$$

$$= 2n_{1st} \cdot \left(\underbrace{\frac{2}{3} \widetilde{n}_{2nd,I}}_{Typ I} + \underbrace{\frac{8}{15} \widetilde{n}_{2nd,II}}_{Typ II} \right).$$

$$(4.15)$$

Für die Wahrscheinlichkeit $P_{\bullet \circ | \bullet}$ werden die Diagramme d1) und d2) verwendet:

$$P_{\bullet \circ | \bullet} = 2 \cdot \left(\underbrace{A_{\sigma\sigma,I} \cdot \frac{2}{3} n_{1st} + A_{\sigma\pi,I} \cdot \frac{2}{3} n_{1st}}_{Typ I} + \underbrace{A_{\sigma\sigma,II} \cdot \frac{2}{3} n_{1st} + A_{\sigma\pi,II} \cdot \frac{2}{3} n_{1st}}_{Typ II} \right)$$

$$= \frac{4}{3} n_{1st} \cdot \left(\underbrace{\widetilde{n}_{2nd,I}}_{Typ I} + \underbrace{\widetilde{n}_{2nd,II}}_{Typ II} \right),$$

$$(4.16)$$

74

und für $P_{\circ \bullet|\bullet}$ ergibt sich aus Diagramm d3):

$$P_{\circ \bullet|\bullet} = 2 \cdot \left(\underbrace{\underbrace{A_{\sigma\sigma,I} \cdot \frac{2}{3} n_{1st}}_{Typ\,I} + \underbrace{A_{\sigma\sigma,II} \cdot \frac{2}{3} n_{1st}}_{Typ\,II} + \underbrace{\underbrace{A_{\pi\sigma,III} \cdot \frac{2}{3} n_{1st}}_{Typ\,III} + \underbrace{\underbrace{A_{\pi\sigma,III} \cdot \frac{2}{3} n_{1st}}_{Typ\,III} \right)}_{Typ\,III} \right)$$

$$= \frac{4}{3} n_{1st} \cdot \left(\underbrace{\underbrace{\frac{2}{3} \widetilde{n}_{2nd,I}}_{Typ\,I} + \underbrace{\frac{8}{15} \widetilde{n}_{2nd,II}}_{Typ\,II} + \underbrace{\frac{1}{3} \widetilde{n}_{2nd,III}}_{Typ\,III} + \underbrace{\frac{1}{3} \widetilde{n}_{2nd,III}}_{Typ\,III} \right).$$

$$(4.17)$$

Der Faktor von 2 vor der Klammer in den Gleichungen 4.15, 4.16 und 4.17 berücksichtigt, dass der beschriebene Prozess an beiden Atomen passieren kann. Die Wahrscheinlichkeit $P_{\bullet|\bullet}$ wird über die Formel 4.14 berechnet. Für das Modell zur Bestimmung der Qualität der Atom-Atom-Verschränkung, welches nachfolgend eingeführt wird, werden noch die relativen Wahrscheinlichkeiten $p_{I\bullet\bullet|\circ}$, $p_{II\bullet\circ|\circ}$ und $p_{I\bullet\circ|\bullet}$, $p_{II\bullet\circ|\bullet}$, sowie $p_{I\circ\bullet|\bullet}$, $p_{II\circ\bullet|\bullet}$, $p_{III\circ\bullet|\bullet}$ der Kategorien ($\bullet\bullet|\circ$), ($\bullet\circ|\bullet$) und ($\circ\bullet|\bullet$) für die drei Typen (I, II, III) benötigt. Beispielhaft wird dies für $p_{I\bullet\bullet|\circ}$ berechnet:

$$p_{I \bullet \bullet |\circ} = p_I = \frac{2n_{1st} \cdot \frac{2}{3} \widetilde{n}_{2nd,I}}{P_{\bullet \bullet |\circ}} = \frac{\frac{2}{3} \widetilde{n}_{2nd,I}}{\frac{2}{3} \widetilde{n}_{2nd,I} + \frac{8}{15} \widetilde{n}_{2nd,II}}.$$
(4.18)

Die anderen relativen Wahrscheinlichkeiten werden analog bestimmt:

$$p_{II \bullet \bullet | \circ} = p_{II} = \frac{\frac{8}{15} \widetilde{n}_{2nd,II}}{\frac{2}{3} \widetilde{n}_{2nd,I} + \frac{8}{15} \widetilde{n}_{2nd,II}}$$
(4.19)

$$p_{I \bullet \circ|\bullet} = \frac{\widetilde{n}_{2nd,I}}{\widetilde{n}_{2nd,I} + \widetilde{n}_{2nd,II}}$$

$$(4.20)$$

$$p_{II \bullet \circ| \bullet} = \frac{\tilde{n}_{2nd,II}}{\tilde{n}_{2nd,I} + \tilde{n}_{2nd,II}}$$

$$(4.21)$$

$$p_{I \circ \bullet | \bullet} = \frac{\frac{2}{3}\tilde{n}_{2nd,I}}{\frac{2}{3}\tilde{n}_{2nd,I} + \frac{8}{15}\tilde{n}_{2nd,II} + \frac{\frac{1}{3}\tilde{n}_{2nd,III}}{1 + \frac{1}{3}\tilde{n}_{2nd,III}}}$$
(4.22)

$$p_{II\circ\bullet|\bullet} = \frac{\frac{8}{15}\tilde{n}_{2nd,II}}{\frac{2}{3}\tilde{n}_{2nd,I} + \frac{8}{15}\tilde{n}_{2nd,II} + \frac{\frac{1}{3}\tilde{n}_{2nd,III}}{1 + \frac{1}{3}\tilde{n}_{2nd,III}}}$$
(4.23)

$$p_{III\circ\bullet|\bullet} = \frac{\frac{\frac{1}{3}\tilde{n}_{2nd,III}}{1+\frac{1}{3}\tilde{n}_{2nd,III}}}{\frac{2}{3}\tilde{n}_{2nd,I}+\frac{8}{15}\tilde{n}_{2nd,II}+\frac{\frac{1}{3}\tilde{n}_{2nd,III}}{1+\frac{1}{3}\tilde{n}_{2nd,III}}}.$$
(4.24)

4.3.2. Modell zur Bestimmung der Qualität des Entanglement Swapping

In diesem Abschnitt wird die Wahrscheinlichkeit \widetilde{Q}^B_{BSP} bestimmt, welche die Qualität der Bell-Zustands-Projektion (Abs. 2.3.3) angibt, d.h. die Wahrscheinlichkeit mit der die beiden Atome in dem Bell-Zustand präpariert werden, welcher der detektierten Zwei-Photonen-Koinzidenz entspricht. Die Herleitung wird hier in Anlehnung an [19] durchgeführt.

Hierfür werden zuerst die relativen Wahrscheinlichkeiten $P_{\bullet \bullet|\circ}^{D_{her},B}$, $P_{\bullet \circ|\bullet}^{D_{her},B}$, $P_{\circ \bullet|\bullet}^{D_{her},B}$, $P_{\circ \bullet|\bullet}^{D_{her}}$, $P_{\circ \bullet|\bullet}^{D_{her}}}$, $P_{\circ \bullet|\bullet}^{D_{her}}$, $P_{\circ \bullet|\bullet$

$$\widetilde{Q}^{B}_{BSP} = p^{D_{her},B}_{\bullet \bullet \mid \circ} \cdot P^{D_{her},B}_{\bullet \bullet \mid \circ} + p^{D_{her}}_{\bullet \circ \mid \bullet} \cdot P^{D_{her},B}_{\bullet \circ \mid \bullet} + p^{D_{her},B}_{\circ \bullet \mid \bullet} + p^{D_{her},B}_{\circ \bullet \mid \bullet} + p^{D_{her},B}_{\bullet \mid \bullet} + p^{D_{her},B}_{\bullet \mid \bullet}$$
(4.25)

hier ist $B \in \{HV, RL\}^4$.

Ausgangspunkt sind die im vorherigen Abschnitt bestimmten Wahrscheinlichkeiten $P_{\bullet|\bullet}$, $P_{\bullet\circ|\circ}$, $P_{\bullet\circ|\bullet}$ und $P_{\circ\bullet|\bullet}$ für die am Strahlteiler ankommenden Photonen-Paare. Es werden jedoch nur Photonen-Koinzidenzen in den Detektorkombinationen DM und DP für die Bell-Zustandsmessung (BSP) verwendet, weshalb die entsprechenden relativen Wahrscheinlichkeiten der vier Kategorien für die Detektorkombinationen D_{her} bestimmt werden sollen. Hierzu betrachten wir Tabelle 4.3 in welcher Wahrscheinlichkeiten für Zwei-Photonen-Ereignisse zusammengefasst sind, an bestimmten Detektorkombinationen beobachtet zu werden. Es wird hier zwischen drei Kategorien unterschieden [19]:

- Perfekte Interferenz: es entstehen nur Koinzidenzen in Detektorkombinationen, welche einem Bell-Zustand zugeordnet werden können (P_{int}) .
- Keine Interferenz: es werden mit gleicher Wahrscheinlichkeit in allen Detektorkombinationen Koinzidenzen verursacht (P_{ni}) .
- Photonen, welche aus einem Zwei-Photonen-Emissions-Prozess stammen und je nach Wahl der Photonendetektionsbasis unterschiedliche Wahrscheinlichkeiten für die Detektorkombinationen aufweisen (siehe Abschnitt 4.1) $(P_{\bullet \bullet \mid \circ})$.

⁴In [19] ist folgende Formel gegeben $Q_{BSP}^B = \widetilde{Q}_{BSP}^B + p_{res}^{D_{her}} \cdot P_{res}^{D_{her}} + p_{dc}^{D_{her}} \cdot P_{dc}^{D_{her}}$. Hier beschreiben die Wahrscheinlichkeiten $p_{res}^{D_{her}}$, $P_{res}^{D_{her}}$ und $p_{dc}^{D_{her}}$, $P_{dc}^{D_{her}}$ Fehler und Dunkelzählraten der Messung. Da hier nur simulierte Werte verwendet werden, entfallen diese beiden Kategorien und sind daher in Gleichung 4.25 nicht enthalten.

1	Vahrsch.	D,HV	D,RL	n^D	n^{D}
DetKomb.		$P_{\bullet \bullet \mid \circ}$	$P_{\bullet \bullet \mid \circ}$	P_{int}	P_{ni}
$APD_{1\perp}, APD_{2\parallel}$	DM	$1_{m_{-}} + (1_{m_{-}} + 1_{m_{-}})_{m_{}}$	$1_{m_{-}} + (1_{m_{-}} + 1_{m_{-}})_{m_{}}$	1	1
$APD_{1\parallel}, APD_{2\perp}$		$\frac{1}{4}p_I + (\frac{1}{2}p_b + \frac{1}{4}p_c)p_{II}$	$\frac{1}{4}p_I + (\frac{1}{2}p_a + \frac{1}{2}p_b)p_{II}$	$\overline{4}$	4
$APD_{1\perp}, APD_{1\parallel}$	DP	$\frac{1}{4}p_I + (\frac{1}{2}p_b + \frac{1}{4}p_c)p_{II}$	$\frac{1}{4}p_I + (\frac{1}{2}p_a + \frac{1}{2}p_b)p_{II}$	1	1
$APD_{2\parallel}, APD_{2\perp}$				4	4
$APD_{1\perp}, APD_{2\perp}$	Da	$\frac{1}{4}p_I + (\frac{1}{2}p_a + \frac{1}{4}p_c)p_{II}$	$\frac{1}{4}p_I + \frac{1}{2}p_c p_{II}$	0	$\frac{1}{4}$
$APD_{1\parallel}, APD_{2\parallel}$					
$APD_{1\perp}, APD_{1\perp}$	and d	$\frac{1}{4}p_I + (\frac{1}{2}p_a + \frac{1}{4}p_c)p_{II}$	$\frac{1}{4}p_I + \frac{1}{2}p_c p_{II}$		
$APD_{2\perp}, APD_{2\perp}$				$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
$APD_{1\parallel}, APD_{1\parallel}$	$\begin{bmatrix} n.a. \end{bmatrix}$				
$APD_{2\parallel}, APD_{2\parallel}$					

Tabelle 4.3.: Wahrscheinlichkeiten $p_{\bullet \bullet|\circ}^{D,B}$, p_{int}^{D} und p_{ni}^{D} (mit $D \in \{DP, DM, D\varnothing\}$ und $B \in \{HV, RL\}$) eine bestimmte Detektorkombination für die Kategorien $P_{\bullet \bullet|\circ}$, P_{int} und P_{ni} auszulösen. Dabei wurde berücksichtigt, dass zwei Photonen, welche auf unterschiedlichen atomaren Übergängen erzeugt wurden, auf Grund von schnellen Oszillationen im Mittel keine Interferenz innerhalb unseres Detektionszeitfensters zeigen. $p_a = 0.781$, $p_b = 0.031$ und $p_c = 0.188$ (siehe Abschnitt 4.1), p_I und p_{II} sind in Gleichungen 4.18 und 4.19 definiert.[19]

Der Anteil an Koinzidenzen in Detektorkombinationen D_{her} von $(\bullet \bullet | \circ)$ -Ereignissen ist nach Tabelle 4.3 gegeben über $p_{\bullet \bullet | \circ}^{DM,B} + p_{\bullet \bullet | \circ}^{DP,B}$ (mit $B \in \{HV, RL\}$). Für Photonen aus einem $(\bullet | \bullet)$ -Ereignis wird ein Modenüberlapp $O_{\bullet | \bullet}^2 = 1$ angenommen, weshalb man hier perfekte Interferenz erwartet und somit alle Ereignisse der Kategorie P_{int} zugeordnet werden. Hier ergibt sich der Anteil an Koinzidenzen in D_{her} zu $\frac{1}{2}$. Ereignisse aus den Kategorien $(\bullet \circ | \bullet)$ und $(\circ \bullet | \bullet)$ weisen einen reduzierten Modenüberlapp der beiden Photonen auf (siehe Abschnitt 4.2.5) und sind daher in beiden Kategorien P_{int} und P_{ni} enthalten. Der Anteil an Koinzidenzen in D_{her} liegt hier ebenfalls bei $\frac{1}{2}$. Aus diesen Überlegungen können wir die (von der Photonenmessbasis abhängigen) Wahrscheinlichkeiten $P^{D_{her},B}_{\bullet \bullet | \bullet}$, $P^{D_{her},B}_{\bullet \bullet | \bullet}$ und $P^{D_{her},B}_{\bullet | \bullet}$ angeben:

$$P_{\bullet\bullet|\circ}^{D_{her},B} = \frac{1}{N^B} \cdot \left(p_{\bullet\bullet|\circ}^{DM,B} + p_{\bullet\bullet|\circ}^{DP,B} \right) \cdot P_{\bullet\bullet|\circ}$$

$$P_{\bullet\circ|\bullet}^{D_{her},B} = \frac{1}{N^B} \cdot \frac{1}{2} P_{\bullet\circ|\bullet}$$

$$P_{\circ\bullet|\bullet}^{D_{her},B} = \frac{1}{N^B} \cdot \frac{1}{2} P_{\circ\bullet|\bullet}$$

$$P_{\bullet|\bullet}^{D_{her},B} = \frac{1}{N^B} \cdot \frac{1}{2} P_{\bullet|\bullet},$$
(4.26)

wobei $N^B = \left(p_{\bullet \bullet|\circ}^{DM,B} + p_{\bullet \bullet|\circ}^{DP,B}\right) \cdot P_{\bullet \bullet|\circ} + \frac{1}{2}P_{\bullet \circ|\bullet} + \frac{1}{2}P_{\circ \bullet|\bullet} + \frac{1}{2}P_{\bullet|\bullet}$ als Normierungsfaktor dient $(B \in \{HV, RL\}).$

Im nächsten Schritt sollen nun für jede dieser Kategorien die Wahrscheinlichkeit ermittelt werden, die Atome in den für eine bestimmte Detektorkombination erwarteten Bell-Zustand zu projizieren $(p_{\bullet \bullet|\circ}^{D_{her},B}, p_{\bullet \circ|\bullet}^{D_{her}}, p_{\circ \bullet|\bullet}^{D_{her}}$ und $p_{\bullet|\bullet}^{D_{her}})$.

• Wie oben erwähnt wird angenommen, dass bei den (•|•)-Ereignissen perfekte Interferenz auftritt, d.h. alle Photonen-Paare im Zustand $|\Psi^+\rangle$ verursachen nur Koinzidenzen in der Detektorkombination *DP* und Photonen im Zustand $|\Psi^-\rangle$ nur in *DM*. Die Wahrscheinlichkeit, die Atome in den korrekten Bell-Zustand projiziert zu haben, ist:

$$p_{\bullet|\bullet}^{D_{her}} = 1. \tag{4.27}$$

• Obwohl hier beide Photonen von einem Atom stammen und keine Interferenz auftritt, gibt es für (••|•)-Ereignisse eine Wahrscheinlichkeit, dass sich die Atome in dem durch die Koinzidenzdetektion vorhergesagten Bell-Zustand befinden. Das Atom, welches die Photonen emittiert, kann in dem Zustand $5^2S_{1/2} | F = 1 \rangle$, sowie in dem Zustand $5^2S_{1/2} | F = 2 \rangle$ sein. Abhängig von dem Typ der Zwei-Photonen-Emission, ergeben sich unterschiedliche relative Wahrscheinlichkeiten für die Detektorkombinationen DM, bzw. DP:

$$p_{I,D_{her}}^{HV} = \frac{\frac{1}{2}p_I}{\frac{1}{2}p_I + \left(p_b + \frac{1}{2}p_c\right)p_{II}},\tag{4.28}$$

$$p_{II,D_{her}}^{HV} = \frac{\left(p_b + \frac{1}{2}p_c\right)p_{II}}{\frac{1}{2}p_I + \left(p_b + \frac{1}{2}p_c\right)p_{II}},\tag{4.29}$$

sowie

$$p_{I,D_{her}}^{RL} = \frac{\frac{1}{2}p_I}{\frac{1}{2}p_I + (p_a + p_b)p_{II}},$$
(4.30)

$$p_{II,D_{her}}^{RL} = \frac{(p_a + p_b) p_{II}}{\frac{1}{2} p_I + (p_a + p_b) p_{II}}, \qquad (4.31)$$

(siehe Abschnitt 4.1 und Tabelle 4.3). Der Endzustand des Spins dieses Atoms befindet sich nur für einen Typ I Prozess im Qubit-Unterraum, der des anderen Atoms nur wenn dieses ein Photon über einen σ^{\pm} -Übergang emittiert (mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{2}{3}$). Da die Emission beider Atome unkorreliert ist, ist der Zustand im Qubit-Unterraum komplett gemischt (Faktor $\frac{1}{4}$), damit ergibt sich für die Wahrscheinlichkeit, die Atome in den richtigen Bell-Zustand zu finden:

$$p_{\bullet\bullet|\circ}^{D_{her},B} = \frac{1}{4} \frac{2}{3} p_{I,D_{her}}^{B}.$$
(4.32)

• Für $(\bullet \circ | \bullet)$ -Ereignisse wird durch die Emission des zweiten Photons der Atom-Atom-Zustand geändert, auch wenn die Koinzidenzdetektion den richtigen Bell-Zustand angekündigt hätte. Mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{4}$ befinden sich die Atome dennoch im gewünschten Zustand. Die Endzustände der Spins beider Atome befinden sich mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{2}{3}p_{I\bullet\circ|\bullet} + \frac{5}{12}p_{II\bullet\circ|\bullet}$ im Qubit-Unterraum (über Clebsch-Gordan-Koeffizienten bestimmt), womit sich die Wahrscheinlichkeit nach der Koinzidenz den richtigen Bell-Zustand zu erhalten ergibt zu:

$$p_{\bullet\circ|\bullet}^{D_{her}} = \frac{1}{4} \left(\frac{2}{3} p_{I\bullet\circ|\bullet} + \frac{5}{12} p_{II\bullet\circ|\bullet} \right).$$

$$(4.33)$$

• Der interferierende Anteil von ($\circ \bullet |\bullet$)-Ereignissen, bei welchem die Spins der Atome im Qubit-Unterraum sind, beträgt $O_{\circ\bullet I|\bullet}^2 \cdot p_{I\circ\bullet|\bullet} + O_{\circ\bullet III|\bullet}^2 \cdot p_{III\circ\bullet|\bullet}$. Für diesen Anteil befinden sich die Atome per Definition im zu erwartenden Bell-Zustand. Der nicht interferierende Anteil ist entsprechend gegeben durch $\left(1 - O_{\circ\bullet I|\bullet}^2\right) \cdot p_{I\circ\bullet|\bullet} + \left(1 - O_{\circ\bullet III|\bullet}^2\right) \cdot p_{III\circ\bullet|\bullet}$. Photonenpaare, welche zu Koinzidenzen in den Detektorkombinationen DM oder DP führen, sind zueinander orthogonal polarisiert, wodurch sich die Atome nur in einer Mischung aus den Zuständen $|\Psi^+\rangle$ und $|\Psi^-\rangle$ befinden können. Die Wahrscheinlichkeit die Atome im korrekten Bell-Zustand zu finden, ist für den nicht interferierenden Anteil daher $\frac{1}{2}$. Zusammengefasst ergibt sich demnach folgende Wahrscheinlichkeit:

$$p_{\circ\bullet|\bullet}^{D_{her}} = \left(1 \cdot O_{\circ\bullet_{I}|\bullet}^{2} + \frac{1}{2} \left(1 - O_{\circ\bullet_{I}|\bullet}^{2}\right)\right) \cdot p_{I\circ\bullet|\bullet} + \left(1 \cdot O_{\circ\bullet_{III}|\bullet}^{2} + \frac{1}{2} \left(1 - O_{\circ\bullet_{III}|\bullet}^{2}\right)\right) \cdot p_{III\circ\bullet|\bullet}$$

$$(4.34)$$

Aus diesen Wahrscheinlichkeiten kann nun über Gleichung 4.25 die Qualität der Bell-Zustandsmessung und damit auch die Qualität des verschränkten Atom-Atom-Zustandes berechnet werden.

4.3.3. Erwartete Qualität der Atom-Atom-Verschränkung für unterschiedliche Anregeparameter

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Simulation dazu verwendet, die zu erwartende Qualität des verschränkten Atom-Atom-Zustandes zu bestimmen und die Anregeparameter zu optimieren. Hierfür werden für unterschiedliche Anregeparameter die Emission von einem, bzw. zwei Photonen für alle drei Typen (I,II,III) von Zwei-Photonen-Emissionen simuliert. Aus den Simulationen erhält man die Werte für n_{1st} , $\tilde{n}_{2nd,II}$, $\tilde{n}_{2nd,II}$ und $\tilde{n}_{2nd,III}$, sowie die Werte für den Modenüberlapp $O^2_{\circ \bullet_I | \bullet}$, $O^2_{\circ \bullet_{II} | \bullet}$, $O^2_{\circ \circ_I | \bullet}$ und $O^2_{\circ \circ_{II} | \bullet}$, aus welchen man die erforderlichen Wahrscheinlichkeiten zur Bestimmung der Qualität \tilde{Q}^B_{BSP} berechnen kann.

In einer ersten Simulation wurde für unterschiedliche Längen des Anregepulses (FWHM) die Leistung so gewählt, dass die Wahrscheinlichkeit, ein einzelnes Photon zu emittieren (n_{1st}) konstant bleibt, d.h. die Anregewahrscheinlichkeit ändert sich für die unterschiedlichen Einstellungen nicht. Die Motivation einer derartigen Simulation ist, dass hierbei der reine Einfluss der Zwei-Photonen-Emission auf die Qualität des verschränkten Atom-Paares sichtbar wird. In Abbildung 4.6 sind die beiden Qualitäten \tilde{Q}_{BSP}^B (mit $B \in \{HV, RL\}$) gegen die verwendete Länge des Anregepulses aufgetragen. Für beide Photonenmessbasen ergeben sich Maxima im simulierten Bereich ([9.42ns, 24.73ns]). Für die HV-Basis befindet sich dieses bei einer Pulslänge von 15.31ns und einer Anregeleistung von 24.20 μ W (30.76 I_{sat}) und hat den Wert $\tilde{Q}_{BSP}^{HV} = 96.29\%$. Für die RL-Basis ist das Maximum bei einer Pulslänge von 17.66ns und einer Leistung von 18.82 μ W (23.92. I_{sat}) und hat den Wert $\tilde{Q}_{BSP}^{RL} = 94.86\%$.

Um das Verhalten qualitativ genauer zu verstehen, betrachten wir die vier Beiträge $P_{\bullet|\bullet}$, $P_{\bullet\circ|\bullet}$ und $P_{\circ\bullet|\bullet}$ von Zwei-Photonen-Ereignissen (siehe Abbildung 4.7 a)). Mit sinkender Pulslänge sinkt auch der Anteil von ($\circ \bullet |\bullet$)-Ereignissen, welche durch den reduzierten Modenüberlapp nach Gleichung 4.34 eine verminderte Wahrscheinlichkeit aufweisen, den gewünschten atomaren Bell-Zustand zu erzeugen. Dominierend hier ist die Abnahme von Typ III Ereignissen mit sinkender Pulslänge (siehe Abbildung 4.7 b)). Gleichzeitig steigt der Beitrag an ($\bullet|\bullet$)-Ereignissen, wo sich die Atome nach der Bell-Zustandsmessung immer im gewünschten Bell-Zustand befinden (siehe Gleichung 4.27). Dies führt zu einem Anstieg



Abbildung 4.6.: Qualität \widetilde{Q}^B_{BSP} der Atom-Atom-Verschränkung für unterschiedliche Pulslängen (FWHM) des Anregelasers (mit $B \in \{HV, RL\}$). Bei der Simulation wurde die Wahrscheinlichkeit ein einzelnes Photon zu emittieren (n_{1st}) durch Anpassung der verwendeten Anregeleistung konstant gehalten, damit für unterschiedliche Einstellungen die gleiche Anregewahrscheinlichkeit vorliegt.

der \widetilde{Q}^B_{BSP} Werte, welcher in Abbildung 4.6 im Bereich zwischen 25ns und 18ns zu sehen ist. Die Abnahme von \widetilde{Q}^B_{BSP} für noch kleinere Pulslängen hat unter anderem folgende Ursachen. Zum einen fällt die Zunahme von \widetilde{Q}^B_{BSP} , welche durch die Abnahme des Anteils von ($\circ \bullet | \bullet \rangle$)-Ereignissen verursacht wird, immer weniger ins Gewicht, da der Modenüberlapp des Zweiten-Photons eines Zwei-Photonen-Emissions-Prozesses mit einem Einzelphoton für die drei Typen (I,II,III) steigt steigt. Zum anderen erhöht sich die Wahrscheinlichkeit das Atom auf Grund von Fourierverbreiterung und Sättigungsverbreiterung (siehe Abschnitt 4) über eine nicht resonante Kopplung (Typ II Prozess) erneut anzuregen (siehe Abbildung 4.7 b)). Für diesen Typ ist die Wahrscheinlichkeit den atomaren Bell-Zustand korrekt anzukündigen über die Formel 4.33 gegeben und beläuft sich auf $\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{12} \approx 10\%$. Das heißt, dass die Ereignisse aus einem Typ II Prozess fast vollständig in die Reduzierung der Qualität des verschränkten Atom-Atom-Zustandes eingehen.

Bisher werden die Anregeparameter Pulslänge von 20.65ns und Leistung von 14.58 μ W (18.53 I_{sat}) verwendet, was zu den Qualitäten $\tilde{Q}_{BSP}^{HV} = 95.92\%$ und $\tilde{Q}_{BSP}^{RL} = 94.68\%$ führt. Vergleicht man diese mit den oben bestimmten Maxima, würde man eine Verbesserung von $\Delta \tilde{Q}_{BSP}^{HV} = 0.37\%$ und $\Delta \tilde{Q}_{BSP}^{RL} = 0.18\%$ erwarten.



Abbildung 4.7.: Relative Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten der vier Beiträge $(P_{\bullet|\bullet}, P_{\bullet\bullet|\circ}, P_{\bullet\bullet|\circ}, P_{\bullet\circ|\bullet})$ und $P_{\circ\bullet|\bullet})$ in Abhängigkeit der Pulslänge des Anregelasers bei konstanter Anregewahrscheinlichkeit (a), sowie Anteile (P_I, P_{II}) und $P_{III})$ der drei Typen an Zwei-Photonen-Emissionen (b). (c) zeigt die Anteile der drei Typen (I,II,III) am Modenüberlapp der Photonen in einem ($\circ \bullet | \bullet$)-Ereigniss.

In der nächsten Simulation betrachten wir die Auswirkungen unterschiedlicher Leistung des Anregelasers bei einer Pulslänge von 16.48ns auf die \widetilde{Q}^B_{BSP} Werte (siehe Abbildung 4.8 a)). Diese Länge liegt genau zwischen den Pulslängen, für welche man in der vorhergehenden Simulation die beiden Maxima $(\widetilde{Q}_{BSP}^{HV} \text{ und } \widetilde{Q}_{BSP}^{RL})$ beobachten kann. Die Abweichung von den Maxima für diese Pulslänge liegt unter 0.1%. In Abbildung 4.8 ist nun zu erkennen, dass mit sinkender Leistung die Qualität \widetilde{Q}^B_{BSP} stetig ansteigen und sich dem Wert 1 annähern. Dies ist zu erwarten, da mit geringerer Leistung die Wahrscheinlichkeiten für Zwei-Photonen-Emissions-Prozesse abnehmen (siehe Abbildung 4.8 b)) und diese, wie in den vorhergehenden Kapiteln beschrieben, die Qualität des Entanglement Swapping verschlechtern. Gleichzeitig sinkt jedoch auch die Anregewahrscheinlichkeit (blaue Kurve in Abbildung 4.8 a)), wodurch die im Experiment benötigte Messzeit ansteigen würde. Da man für hohe Anregeleistungen im Sättigungsbereich ist, nimmt dort die Anregewahrscheinlichkeit mit sinkender Leistung nur wenig ab, wohingegen die Wahrscheinlichkeiten für Zwei-Photon-Emissions-Prozesse deutlich schneller abnehmen. Als Kompromiss zwischen erhöhter Messdauer und Verbesserung der \tilde{Q}^B_{BSP} Werte, haben wir in [20] uns für 80% der vollen Anregewahrscheinlichkeit entschieden, welche bei einer Leistung von $10.77\mu W$ (13.69. I_{sat}) erreicht wird. Die erwarteten Qualitäten des verschränkten Atom-Paares sind für die HV-Basis $\widetilde{Q}_{BSP}^{HV} = 98.86\%$ und für die RL-Basis \widetilde{Q}^{RL}_{BSP} = 98.39%, was einer Verbesserung zu den Ausgangswerten (\widetilde{Q}^{HV}_{BSP} = 95.92% und $\widetilde{Q}_{BSP}^{RL} = 94.68\%$) von $\Delta \widetilde{Q}_{BSP}^{HV} = 2.94\%$ und $\Delta \widetilde{Q}_{BSP}^{RL} = 3.71\%$ entspricht. Diese Verbesserungen sind eine Größenordnung größer als die der vorherigen Simulation, gehen jedoch auf Kosten der geringeren Anregeeffizienz.

Analog wurde dies für die Ausgangspulslänge von 20.65ns durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4.9 dargestellt. Bei 80% der Anregewahrscheinlichkeit (entspricht einer Anregeleistung von 7.25 μ W (9.22 I_{sat})) ergeben sich die \tilde{Q}_{BSP}^B Werte zu $\tilde{Q}_{BSP}^{HV} = 98.82\%$ und $\tilde{Q}_{BSP}^{RL} = 98.42\%$. Für diese Pulsparameter würde man eine Verbesserung von $\Delta \tilde{Q}_{BSP}^{HV} = 2.90\%$ und $\Delta \tilde{Q}_{BSP}^{RL} = 3.74\%$ erwarten, welche sehr ähnlich denen aus der vorhergehenden Simulation sind.

Durch die hier betrachteten Simulationen ergeben sich als optimierte Anregeparameter 10.77 μ W Leistung und 16.48ns Pulslänge, für welche man bei 80% der Anregewahrscheinlichkeit eine Qualität des *Entanglement Swapping* von $\widetilde{Q}_{BSP}^{HV} = 98.86\%$ und $\widetilde{Q}_{BSP}^{RL} = 98.39\%$ erwarten würde. Diese Parameter weichen von den bisher verwendeten Anregeparametern um $\Delta P = 3.81\mu$ W in der Leistung und $\Delta L = 4.17$ ns (FWHM) in der Pulslänge ab. Hierbei hat die Reduzierung der Anregewahrscheinlichkeit einen deutlich größeren Einfluss auf Verbesserung der Qualität, als die Veränderung der Pulslänge bei gleicher Anregewahrscheinlichkeit.



Abbildung 4.8.: Qualität Q^B_{BSP} der Atom-Atom-Verschränkung für unterschiedliche Leistungen des Anregelasers (mit $B \in \{HV, RL\}$) bei einer Pulslänge von 16.48ns (a), sowie Beiträge der drei Typen (I,II,III) an Zwei-Photonen-Emissionen (P_I , P_{II} und P_{III}) (b).



Abbildung 4.9.: Qualität Q^B_{BSP} der Atom-Atom-Verschränkung für unterschiedliche Leistungen des Anregelasers (mit $B \in \{HV, RL\}$) bei einer Pulslänge von 20.65ns (a), sowie Beiträge der drei Typen (I,II,III) an Zwei-Photonen-Emissionen (P_I , P_{II} und P_{III}) (b).

4.4. Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde der Einfluss von Zwei-Photonen-Emissions-Prozessen auf die Qualität des Entanglement Swapping mit Hilfe von Simulationen untersucht, welche den Anregeprozess, sowie die daraus resultierenden Emissions-Prozesse in Abhängigkeit der Anregeparameter berechnen. Hierfür wurde zuerst ein Überblick über die verschiedenen Arten von Zwei-Photonen-Emissionen gegeben (siehe Abschnitt 4.1) und anschließend die verwendeten Simulationen eingeführt (siehe Abschnitt 4.2). In Abschnitt 4.3.2 wurde ein Modell vorgestellt, welches aus den simulierten Daten die zu erwartende Qualität des verschränkten Atom-Atom-Zustandes berechnet. Mit Hilfe dieser Ergebnisse wurden dann optimierte Anregeparameter gefunden, welche eine Steigerung der Qualität um $\Delta \tilde{Q}_{BSP}^{HV} = 2.94\%$ in der HV-Basis und $\Delta \tilde{Q}_{BSP}^{RL} = 3.71\%$ in der RL-Basis ermöglichen sollten (siehe Abschnitt 4.3.3).

5. Zusammenfassung und Ausblick

Diese Arbeit behandelte zwei grundlegende Bestandteile unseres Experiments, welches das Ziel hat ein Bell-Experiment zur Verletzung der CHSH-Ungleichung durchzuführen.

Der erste Teil beschäftigte sich mit der atomaren Zustandsauslese über Zeemanzustandsselektive Ionisation einzelner⁸⁷Rb-Atome mit anschließender Detektion der Ionisationsfragmente durch Kanalelektronenvervielfacher. Durch Messungen an einzelnen Atomen konnte eine Optimierung der Detektionseffizienz der Kanalelektronenvervielfacher erreicht werden und man erhielt eine Detektionseffizienz für Elektronen von $\eta_{el} = 89.96\%$ und für Ionen von $\eta_{ion} = 94.11\%$ was zu einer totalen Detektionseffizienz von $\eta_{tot} = 99.41\%$ führte. Die genaue Analyse der Zeitabhängigkeit der Detektion der Ionisationsfragmente erlaubte die quantitative Bestimmung der einzelnen Beiträge zum Ionisationsprozess (resonanter Anteil, nicht resonanter Anteil). Durch die Optimierung des Ionisationsschemas bezüglich Pulsdauern und Laserleistungen konnte eine sehr schnelle und effiziente Zustandsauslese mit einem Kontrast von 94.1% erreicht werden. Die Zeit die für die Zustandsauslese benötigt wird beträgt nur 485ns (125ns für die Ionisation und 360ns für die Detektion der Ionisationsfragmente). All das sind essentielle Eigenschaften, welche man für die Durchführung eines schlupflochfreien Tests der Bellschen-Ungleichung benötigt. Limitierende Faktoren für die Zustandsauslese stellen die Zerfälle des Hellzustandes in den Dunkelzustand (ca. 2%) und die nicht resonante Anregung des Dunkelzustandes dar. Dies wurde in Messungen festgestellt und konnte auch durch die Simulation des Ionisationsprozesses quantitativ weitgehend bestätigt werden. Die Simulationen erlauben ein detaillierteres Verständnis des Ionisationsvorgangs und führten unter anderem zu der Aussage, dass innerhalb des experimentell zugänglichen Bereichs der Parameter keine weitere Verbesserung der Zustandsauslese zu erwarten ist.

Im zweiten Teil wurde die Anregung des Atoms, und die daraus resultierenden unerwünschten Zwei-Photonen-Emissions-Prozesse in Abhängigkeit der Anregeparameter berechnet, und damit die zu erwartende Qualität des verschränkten Atom-Atom-Zustandes bestimmt. Daraus ergaben sich optimierte Parameter für die Pulslänge und Leistung des Anregelichts. Man kam zu dem Schluss, dass in der HV-Photonenbasis (RL-Photonenbasis) für eine Verkürzung des Pulses bei konstant bleibender Anregewahrscheinlichkeit von 20.65ns auf 15.31ns (17.66ns), eine Verbesserung der Qualität des verschränkten Atom-Atom-Zustandes von $\Delta \tilde{Q}_{BSP}^{HV} = 0.37\%$ auf $\tilde{Q}_{BSP}^{HV} = 96.29\%$ ($\Delta \tilde{Q}_{BSP}^{RL} = 0.18\%$ auf $\tilde{Q}_{BSP}^{RL} = 94.86\%$) zu erwarten wäre. Die Verringerung der Anregeleistung und damit die Reduzierung der Anregewahrscheinlichkeit hat jedoch einen deutlich größeren Einfluss auf die Verbesserungen der zu erwartenden Qualität gezeigt, als die Veränderung der Pulslänge bei gleicher Anregewahrscheinlichkeit. Hier erwartet man bei einer Pulslänge von 16.48ns und einer Anregewahrscheinlichkeit von 80% (entspricht einer Leistung von 13.69 I_{sat}) eine Verbesserung der Qualität in der HV-Basis von $\Delta \tilde{Q}_{BSP}^{HV} = 2.94\%$ auf $\tilde{Q}_{BSP}^{HV} = 98.86\%$ und in der RL-Basis von $\Delta \tilde{Q}_{BSP}^{RL} = 3.71\%$ auf $\tilde{Q}_{BSP}^{RL} = 98.39\%$.

Ausblick Die Ergebnisse des zweiten Teils zur Optimierung der Anregeparameter wurden bis jetzt noch nicht im Experiment überprüft und bedürfen deshalb noch der experimentellen Bestätigung. Dazu können Messungen zu Zwei-Photonen-Emissions-Prozessen nach dem gleichen Prinzip, wie in [19] gezeigt, durchgeführt werden. Dort wurde bislang nur bei voller Anregeeffizienz gemessen und nicht wie hier vorgeschlagen bei 80% der Anregewahrscheinlichkeit.

In naher Zukunft müssen noch weitere vorbereitende Maßnahmen für einen schlupflochfreien Tests der Bellschen-Ungleichung durchgeführt werden. Dazu zählen die Inbetriebnahme der beiden Quanten-Zufallszahlen-Generatoren zur Wahl der atomaren Messbasen, die Optimierung der Atomzustandsauslese an der zweiten Einzelatomfalle und diverse Feinjustage-Arbeiten um alle anderen Einflussfaktoren zu optimieren.

Die in dieser Arbeit vorgestellten Erkenntnisse und Optimierungen in Bezug auf die atomare Zustandsauslese, sowie der Anregeparameter zur Verbesserung der Qualität des verschränkten Atom-Atom-Zustandes, haben uns dem Ziel eines schlupflochfreien Bell-Experiments näher gebracht und stellen daher einen baldigen Test der CHSH-Ungleichung in Aussicht.

A. Übersicht über die Teilprozesse des Ionisationsvorgangs



Abbildung A.1.: Übersicht über alle im Ionisationsprozess beteiligten Übergänge und Zerfälle. rote Doppelpfeile: Übergang des Readout-Lasers, grüner Doppelpfeil: Übergang des Cycling-Lasers, geschwungene braune Pfeile: spontan Zerfälle in die Grundzustände, geschwungene blaue Pfeile: Zerfälle in den Ionisationszustand

Literaturverzeichnis

- [1] Alain Aspect, Philippe Grangier, and Gérard Roger. Experimental tests of realistic local theories via bell's theorem. *Phys. Rev. Lett.*, 47:460-463, Aug 1981. doi: 10.1103/ PhysRevLett.47.460. URL http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.47. 460.
- [2] Alain Aspect, Jean Dalibard, and Gérard Roger. Experimental test of bell's inequalities using time- varying analyzers. *Phys. Rev. Lett.*, 49:1804–1807, Dec 1982. doi: 10.1103/ PhysRevLett.49.1804. URL http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.49. 1804.
- [3] JS Bell. How much larger quantum correlations are than classical ones. *Physics (Long Island City, NY)*, 1:195, 1964.
- [4] R. Hanbury Brown and R. Q. Twiss. Correlation between photons in two coherent beams of light. *Nature*, 177(4497):27-29, January 1956. URL http://dx.doi.org/ 10.1038/177027a0.
- [5] Howard Carmichael. An open systems approach to Quantum Optics: lectures presented at the Université Libre de Bruxelles, October 28 to November 4, 1991, volume 18. Springer, 1993.
- [6] Steven Chu, L. Hollberg, J. E. Bjorkholm, Alex Cable, and A. Ashkin. Threedimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, 55:48–51, Jul 1985. doi: 10.1103/PhysRevLett.55.48. URL http: //link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.55.48.
- John F. Clauser, Michael A. Horne, Abner Shimony, and Richard A. Holt. Proposed experiment to test local hidden-variable theories. *Phys. Rev. Lett.*, 23:880–884, Oct 1969. doi: 10.1103/PhysRevLett.23.880. URL http://link.aps.org/doi/10.1103/ PhysRevLett.23.880.
- [8] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji. Laser cooling below the doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models. J. Opt. Soc. Am. B, 6(11):2023-2045, Nov 1989. doi: 10.1364/JOSAB.6.002023. URL http://josab.osa.org/abstract. cfm?URI=josab-6-11-2023.
- [9] Philippe H. Eberhard. Background level and counter efficiencies required for a loophole-free einstein-podolsky-rosen experiment. *Phys. Rev. A*, 47:R747–R750, Feb

1993. doi: 10.1103/PhysRevA.47.R747. URL http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.47.R747.

- [10] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Phys. Rev.*, 47:777–780, May 1935. doi: 10. 1103/PhysRev.47.777. URL http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.47.777.
- Stuart J. Freedman and John F. Clauser. Experimental test of local hidden-variable theories. *Phys. Rev. Lett.*, 28:938-941, Apr 1972. doi: 10.1103/PhysRevLett.28.938.
 URL http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.28.938.
- [12] A. Fuhrmanek, R. Bourgain, Y. R. P. Sortais, and A. Browaeys. Free-space lossless state detection of a single trapped atom. *Phys. Rev. Lett.*, 106:133003, Mar 2011. doi: 10.1103/PhysRevLett.106.133003. URL http://link.aps.org/doi/10.1103/ PhysRevLett.106.133003.
- Michael J. Gibbons, Christopher D. Hamley, Chung-Yu Shih, and Michael S. Chapman. Nondestructive fluorescent state detection of single neutral atom qubits. *Phys. Rev. Lett.*, 106:133002, Mar 2011. doi: 10.1103/PhysRevLett.106.133002. URL http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.106.133002.
- [14] Marissa Giustina, Alexandra Mech, Sven Ramelow, Bernhard Wittmann, Johannes Kofler, Jorn Beyer, Adriana Lita, Brice Calkins, Thomas Gerrits, Sae Woo Nam, Rupert Ursin, and Anton Zeilinger. Bell violation using entangled photons without the fair-sampling assumption. *Nature*, 497(7448):227–230, May 2013. ISSN 0028-0836. URL http://dx.doi.org/10.1038/nature12012.
- [15] L. Gérard. Spin-state-selective detection of single rubidium atoms. Master's thesis, LMU Univ. of Munich, 2012. URL http://xqp.physik.uni-muenchen.de/ publications/files/theses_diplom/diplom_gerard.pdf.
- [16] R. Grimm, M. Weidemüller, and Y. B. Ovchinnikov. Optical dipole traps for neutral atoms. Advances in Atomic Molecular and Optical Physics, 42:95–170, 2000. doi: 10.1016/S1049-250X(08)60186-X.
- [17] F. Henkel. Photoionisation detection of single 87Rb-atoms using channel electron multipliers. PhD thesis, LMU Univ. of Munich, 2011. URL http://nbn-resolving. de/urn:nbn:de:bvb:19-136329.
- [18] T.W. Hänsch and A.L. Schawlow. Cooling of gases by laser radiation. Optics Communications, 13(1):68-69, 1975. ISSN 0030-4018. doi: http://dx.doi.org/10.1016/ 0030-4018(75)90159-5. URL http://www.sciencedirect.com/science/article/ pii/0030401875901595.
- [19] J. Hofmann. Heralded Atom-Atom Entanglement. PhD thesis, LMU Univ. of Munich, 2013. URL http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bvb:19-164847.

- [20] Julian Hofmann, Michael Krug, Norbert Ortegel, Lea Gérard, Markus Weber, Wenjamin Rosenfeld, and Harald Weinfurter. Heralded entanglement between widely separated atoms. *Science*, 337(6090):72-75, 2012. doi: 10.1126/science.1221856. URL http://www.sciencemag.org/content/337/6090/72.abstract.
- [21] Julian Hofmann, Michael Krug, Norbert Ortegel, Christoph Kurz, Markus Weber, Wenjamin Rosenfeld, and Harald Weinfurter. Quantum interference of photons from two independent sources. to be published.
- [22] K. Kurtsiefer. A programmable pattern generator. unpublished.
- [23] Paul H. Lee and Michael L. Skolnick. Saturated neon absorption inside a 6238-Å laser. Applied Physics Letters, 10(11):303-305, 1967. doi: http://dx.doi.org/10.1063/1. 1754821. URL http://scitation.aip.org/content/aip/journal/apl/10/11/10. 1063/1.1754821.
- [24] E. L. Raab, M. Prentiss, Alex Cable, Steven Chu, and D. E. Pritchard. Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, 59:2631-2634, Dec 1987. doi: 10.1103/PhysRevLett.59.2631. URL http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.59.2631.
- [25] K. Redeker. Detektion von ionisationsfragmenten von 87rb-atomen. Master's thesis, LMU Univ. of Munich, 2012. URL http://xqp.physik.uni-muenchen.de/ publications/theses_diplom/diplom_redeker.html.
- [26] L. Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König, and T.W. Hänsch. A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics. *Optics Communications*, 117(5-6):541 – 549, 1995. ISSN 0030-4018. doi: http://dx.doi.org/10.1016/0030-4018(95)00146-Y. URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/003040189500146Y.
- [27] W. Rosenfeld. Experiments with an Entangled System of a Single Atom and a Single Photon. PhD thesis, LMU Univ. of Munich, 2008. URL http://nbn-resolving.de/ urn:nbn:de:bvb:19-100300.
- [28] Mary A Rowe, David Kielpinski, Volker Meyer, Charles A Sackett, Wayne M Itano, Christopher Monroe, and David J Wineland. Experimental violation of a bell's inequality with efficient detection. *Nature*, 409(6822):791–794, 2001.
- [29] N. Schlosser, G. Reymond, and P. Grangier. Collisional blockade in microscopic optical dipole traps. *Phys. Rev. Lett.*, 89:023005, Jun 2002. doi: 10.1103/PhysRevLett. 89.023005. URL http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.89.023005.
- [30] D. Steck. Rubidium 87 d line data. URL http://steck.us/alkalidata.
- [31] M. Yukowski, A. Zeilinger, M. A. Horne, and A. K. Ekert. "event-ready-detectors" bell experiment via entanglement swapping. *Phys. Rev. Lett.*, 71:4287–4290, Dec

1993. doi: 10.1103/PhysRevLett.71.4287. URL http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.71.4287.

- [32] J. Volz. Atom-Photon Entanglement. PhD thesis, LMU Univ. of Munich, 2006. URL http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bvb:19-56356.
- [33] Gregor Weihs, Thomas Jennewein, Christoph Simon, Harald Weinfurter, and Anton Zeilinger. Violation of bell's inequality under strict einstein locality conditions. *Phys. Rev. Lett.*, 81:5039–5043, Dec 1998. doi: 10.1103/PhysRevLett.81.5039. URL http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.81.5039.

Danksagung

Zu guter Letzt möchte ich mich bei all den Menschen, die mich während dieser Arbeit unterstützt und begleitet haben, herzlich bedanken:

- Professor Harald Weinfurter für die Aufnahme in seine Arbeitsgruppe und das freie und angenehme Arbeitsumfeld.
- Dr. Wenjamin Rosenfeld dafür, dass er immer ein offenes Ohr für Fragen hatte (, auch wenn diese mehr als einmal gestellt wurden), für seine kreativen Denkanstöße, welche einen selbst zum weiteren Nachdenken anregen und einen strukturiertes Denken lehren, und dafür, dass er mir immer mit Rat und Tat zur Seite stand, sei es im Labor, beim Programmieren oder beim physikalischen Verständnis.
- Daniel Burchardt, Norbert Ortegel und Kai Redeker dafür mich in das Experiment eingeführt und viele meiner Fragen beantwortet zu haben, für die gute Zusammenarbeit und Unterstützung und dafür, dass sie immer da gewesen sind, wenn man sie gebraucht hat, sowie für die nette, entspannte und lustige Arbeitsatmosphäre.
- Allen Mitglieder der Arbeitsgruppe Weinfurter für die schöne Zeit zusammen.
- Meinen Freunden, die mich während des Studiums begleitet und für viele lustige Unternehmungen und gemeinsamen Stunden gesorgt haben.
- Meiner Familie dafür, ein stabiles Fundament in meinem Leben zu sein, wodurch alles andere erst möglich wurde.

Selbstständigkeitserklärung:

Hiermit erkläre ich, die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst zu haben und keine anderen als die in der Arbeit angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt zu haben.

München, den 28. Januar 2015

Robert Garthoff